ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

# COMPREENSÕES DOS PROFESSORES QUANDO RESOLVEM UMA TAREFA MATEMÁTICA COM POTENCIAL PARA O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

# TEACHERS' UNDERSTANDINGS WHEN SOLVING A MATHEMATICAL TASK WITH THE POTENTIAL TO DEVELOP MATHEMATICAL REASONING

Leandro Quirino dos Anjos[1]
Eliane Maria de Oliveira Araman[2]
Giane Fernanda Schneider Gross[3]
André Luis Trevisan[4]

**Resumo**: O desenvolvimento do Raciocínio Matemático (RM) tem sido objeto de estudos e discussões em processos formativos. Nesta perspectiva, apresenta-se, neste artigo, resultados de uma investigação realizada a partir da resolução de uma tarefa exploratória durante o desenvolvimento de um processo de formação continuada para professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. De natureza qualitativa e interpretativa, a presente pesquisa tem, como objetivo, investigar as compreensões evidenciadas pelas docentes em relação aos processos de conjecturar e generalizar a partir da análise de resoluções de uma tarefa matemática. A partir do método de pesquisa Investigação Baseada em Design (IBD), concluímos que, no momento de resolução e discussão da tarefa, identificaram-se compreensões dos processos de conjecturar e generalizar. Além disso, foi possível identificar e sistematizar o uso de diferentes relações matemáticas que envolvem o conceito de sequência numérica por meio da resolução da tarefa exploratória.

**Palavras-chave**: Tarefa Exploratória; Raciocínio Matemático; Processos de Raciocínio Matemático; Entendimentos Essenciais; Formação de Professores.

**Abstract**: The development of Mathematical Reasoning (MR) has been the subject of studies and discussions in formative processes. With this in mind, this article presents the results of an investigation based on the resolution of an exploratory task during the development of a continuing education process for teachers of the Elementary School. Qualitative and interpretive in nature, this research aims to investigate the teachers' understandings of the processes of conjecturing and generalizing, based on the analysis of the resolutions of a mathematical task. Using the Design-Based Investigation (DBI) research method, we concluded that during the resolution and discussion of the task, we identified understandings involving the processes of conjecturing and generalizing. In addition, it was possible to identify and systematize the use of different mathematical relationships involving the concept of numerical sequence by solving the exploratory task.

[1] Mestre em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Professor da Secretaria Municipal de Educação (SEDUC), Marialva, Paraná, Brasil. E-mail: leandroquirino2011@gmail.com
[2] Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina (UEL). Professora da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Cornélio Procópio, Paraná, Brasil. E-mail: elaine.araman@gmail.com
[3] Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Doutoranda da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Ponta Grossa, Paraná, Brasil. E-mail: giane.fer@gmail.com
[4] Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina (UEL). Professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Ponta Grossa, Paraná, Brasil. E-mail: andreluistrevisan@gmail.com

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

**Keywords**: Exploratory Task; Mathematical Reasoning; Mathematical Reasoning Processes; Essential Understandings; Teacher Training.

## 1 Introdução

Considerando que o desenvolvimento do Raciocínio Matemático (RM) pode ser compreendido como o principal objetivo no ensino de Matemática (Ponte; Mata-Pereira; Henriques, 2012), faz-se necessário a realização de formações continuadas que contribuam com a compreensão do que é o RM e de como os professores podem apoiar seu desenvolvimento em sala de aula (Jeannotte; Kieran, 2017). Este estudo se preocupa em apresentar resultados de uma pesquisa desenvolvida durante a realização de um processo de formação continuada, que teve, como principal objetivo, ampliar compreensões sobre o que é o RM, seus processos e Entendimentos Essenciais[5] (Anjos, 2023). O processo formativo em questão buscou oportunizar vastas experiências que contribuíram para a aprendizagem profissional docente (Ribeiro; Aguiar; Trevisan, 2020; Trevisan *et al.* 2023), de forma especial, dos Entendimentos Essenciais do RM.

Para Ponte *et al.* (2001), o conhecimento profissional vai além dos assuntos a ensinar e, nas teorias educacionais, ele envolve "outras dimensões do saber, como o saber-fazer e o saber-ser" (p. 3). O conhecimento docente envolve o saber e o fazer do conteúdo, do currículo, do aluno, do ensino etc. Nesse pressuposto de investigar como os professores pensam, raciocinam, quais dificuldades e diferentes tipos de resoluções podem surgir, com intuito de aprender a selecionar, analisar e antecipar as estratégias de resolução das tarefas (Martins; Ponte; Mata-Pereira, 2024), verifica-se que há contribuições que favorecem a aprendizagem docente (Ribeiro; Ponte, 2020). Um método é proporcionar formações continuadas que promovam momentos de discussões, com experiências que estabeleçam conexões e/ou reflexões teóricas e práticas em um ambiente cooperativo e coletivo de desenvolvimento profissional (Camacho Bezerra e Morellatti, 2023), envolvendo, por exemplo, planejamentos e resoluções de tarefas, "antecipando o trabalho que os alunos irão realizar nessas tarefas, e preparando a comunicação a estabelecer em sala de aula" (Martins; Ponte; Mata-Pereira, 2024, p. 108).

Investigamos, a partir das discussões promovidas em um processo de formação continuada, as compreensões evidenciadas pelas docentes em relação aos processos de

[5] Os Entendimentos Essenciais são ações que "fornecem uma visão sobre o que está sendo envolvido no Raciocínio Matemático" (Lannin; Ellis; Eliott, 2011, p. 10), logo compreendem aspectos que contribuem para o desenvolvimento dos processos de conjecturar, generalizar, investigar o porquê e justificar ou refutar.

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

conjecturar e generalizar a partir da análise de resoluções de uma tarefa matemática. Para isso, procura-se analisar as compreensões docentes a respeito dos processos de conjecturar e generalizar possibilitadas pela resolução da tarefa exploratória e pelas discussões dela entre as professoras participantes do processo formativo.

O método de pesquisa utilizado foi a Investigação Baseada em Design (IBD), cuja conjectura elaborada é a de *que a resolução e discussão de tarefas matemáticas resolvidas coletivamente por professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental possibilitam a mobilização dos processos de RM*, assim como os seus Entendimentos Essenciais.

Para isso, apresentamos, nas próximas seções, o referencial teórico base para este estudo, que aborda o RM, seus processos e Entendimentos Essenciais, a metodologia de pesquisa a partir da descrição contexto e coleta de dados, as descrições dos dados, as análises e, por fim, os resultados e as conclusões.

## 2 Referencial Teórico

As formações de e para professores podem ser iniciais ou continuadas, e ambas contribuem para o desenvolvimento docente e são alicerces no processo de ensino e de aprendizagem. Neste estudo, destacamos as formações continuadas que podem envolver diferentes aspectos conforme Cyrino, Guimarães e Oliveira (2023): ações, dispositivos, ferramentas, recursos, elementos que possam favorecer as interações entre os participantes (Ribeiro; Ponte, 2020), ambientes potenciais, projetos, cursos, grupos de estudos, entre outros.

Concordamos com Ponte (1999, p. 3) que “para ensinar, não basta saber pensar bem, é preciso um vasto conjunto de saberes e competências, que podemos designar por conhecimento profissional”. O conhecimento profissional destacado pelo autor engloba a prática profissional e é orientado pela ação docente, sendo dividido em quatro domínios:

> (1) o conhecimento dos conteúdos de ensino, incluindo as suas interrelações internas e com outras disciplinas e as suas formas de raciocínio, de argumentação e de validação; (2) o conhecimento do currículo, incluindo as grandes finalidades e objectivos e a sua articulação vertical e horizontal; (3) o conhecimento do aluno, dos seus processos de aprendizagem, dos seus interesses, das suas necessidades e dificuldades mais frequentes, bem como dos aspectos culturais e sociais que podem interferir positiva ou negativamente no seu desempenho escolar; e (4) o conhecimento do processo instrucional, no que se refere à preparação, condição e avaliação da sua prática lectiva (Ponte, 1999, p. 3).

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

Para Ponte *et al.* (2001), o desenvolvimento do conhecimento profissional é importantíssimo para o desempenho da docência, já que envolve aspectos de saber fazer e saber ser. Oportunizar momentos de formação continuada, que procurem desenvolver os conhecimentos profissionais docentes, é uma opção quando se realiza processos formativos. Nesse tipo de ambiente, podem ser proporcionadas ações e práticas coletivas que busquem ampliar e desenvolver momentos de reflexões e colaborações através das interações discursivas entre os participantes (Ribeiro; Ponte, 2020).

A partir de uma pesquisa bibliográfica, Gross, Souza e Trevisan (2022) destacaram os seguintes elementos para pensar em orientações didáticas para o desenvolvimento do RM: aprendizagem profissional, currículo, contextualização, metodologias, resolução de problemas, aprendizagem colaborativa, investigação docente, ensino exploratório e processos de RM. Dentre eles, destacamos neste estudo o ensino exploratório e os processos do RM.

O ensino exploratório, para Rodrigues, Cyrino e Oliveira (2018) envolve a colaboração, o engajamento, a reflexão e a participação discursiva dos alunos. Uma aula exploratória é estruturada em até quatro fases: lançamento da tarefa, exploração pelos alunos, discussão e sintetização (Stein *et al.* 2008).

Para dar início, o professor apresenta a tarefa matemática à turma, que, por sua vez, precisa exigir uma investigação e interpretação. Na segunda fase, dedica-se ao momento do trabalho autônomo do aluno e, durante as fases finais (discussão e sintetização), é o momento da plenária em que as discussões e apresentações são realizadas pelos alunos. Por fim, o professor sintetiza os resultados apresentados e realiza a sistematização do conteúdo a partir de intervenções, com explicações e argumentos (Canavarro; Oliveira; Menezes, 2012) que favoreçam o desenvolvimento do conhecimento matemático.

Um ambiente que envolva uma tarefa com tal característica pode ser uma boa opção para o trabalho com os processos de RM. Nessa perspectiva, Fiorentini, Honorato e Paula (2023) destacam a relação das tarefas e o RM dos alunos em uma experiência com gestão colaborativa para o ensino-aprendizagem de Matemática, sendo importante para esse tipo de trabalho a seleção das tarefas e o modo como elas serão aplicadas nas turmas para que possam contribuir para o desenvolvimento do RM (Araman; Trevisan; Paula, 2022).

Selecionar tarefas matemáticas para serem discutidas em um processo de formação continuada e que desenvolvam o RM não é uma tarefa fácil, ela exige estudo e

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

conhecimento por parte dos formadores e dos professores. Promover discussões coletivas envolvendo resoluções de tarefas é uma alternativa para direcionar essas escolhas. Processos formativos que possibilitem momentos de interações discursivas (Ribeiro; Ponte, 2020) para resolução de tarefas matemáticas vão ao encontro do desenvolvimento da aprendizagem profissional docente e do conhecimento e familiaridade com os processos de RM.

Os processos de RM são pontuados por Lannin, Ellis e Eliott (2011) como difíceis de serem identificados pelos professores, pois exigem que as ideias matemáticas, bem como a forma com que se relacionam entre elas sejam profundamente conhecidas. Desenvolver o RM, para Brodie (2010), é um processo que precisa da orientação do professor e da participação de toda a comunidade da sala de aula, levando em conta que a orientação do professor envolve práticas possíveis de serem realizadas na sala de aula para ajudar os alunos a entenderem Matemática. Deste modo, torna-se essencial que a tarefa matemática seja resolvida antecipadamente pelos professores.

Para Lannin, Ellis e Eliott (2011), desenvolver os processos de conjecturar, generalizar, investigar o porquê e justificar ou refutar constitui uma grande idealização da Matemática Escolar que é crucial para o aprendizado dos alunos. Para Jeannotte e Kieran (2017), o RM é um processo de comunicação com os outros e consigo mesmo, que permite inferir enunciados matemáticos de outros enunciados. Nos olhares dessas autoras, o RM pode ser entendido tanto em relação à sua estrutura quanto em relação aos seus processos.

Os aspectos estruturais compõem três modelos de inferência: o dedutivo, o indutivo e o abdutivo. Estes modelos compreendem uma estrutura para a implementação do RM de maneira estática, que envolve a forma de determinada ação do RM (Jeannotte; Kieran, 2017). O aspecto processual "apresenta natureza dinâmica e temporal e compreende vários tipos de processos" (Araman; Serrazina, 2020, p. 149), os quais são: conjecturar, generalizar, identificar um padrão, comparar, classificar, validar, justificar, provar e exemplificar.

Este estudo se debruça na identificação dos processos de RM, mobilizados em um processo formativo por professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, destacados por Lannin, Ellis e Eliott (2011) no Quadro 1. Para tanto, evidenciamos como cada um dos Entendimentos Essenciais podem ser identificados.

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

**Quadro 1**: Processos e Entendimentos Essenciais do RM

<table>
<tr><th>Processos</th><th colspan="2">Entendimentos Essenciais</th><th>Como identificá-los?</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Conjecturar e Generalizar</td><td>1</td><td>Conjecturar envolve raciocinar sobre relações matemáticas para desenvolver afirmações que são provisoriamente consideradas verdadeiras, mas que não são conhecidas como verdadeiras. Essas declarações são chamadas de conjecturas.</td><td>Estabelecer a criação de diferentes conjecturas, sendo um ponto de entrada na tarefa matemática e, também, no RM. Nesse momento, a inferência utilizada pelo aluno pode aparecer como sendo verdadeira ou não.</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Generalizar envolve identificar semelhanças entre os casos ou estendendo o raciocínio para além do intervalo em que se originou.</td><td>Buscar encontrar a validade da conjectura estabelecida por meio de uma relação matemática, podendo envolver ou não o uso de regras e expressões algébricas. No entanto, realiza-se principalmente a identificação da semelhança entre os casos em uma determinada situação.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Generalizar envolve identificar a aplicação da generalização, reconhecendo o domínio relevante.</td><td>Identificar a aplicação da generalização para outros domínios, revendo suas conjecturas e adaptando suas generalizações para outras situações, que sejam possíveis de justificá-las.</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Conjecturar e generalizar envolve o uso e o entendimento do significado de termos, símbolos e representações.</td><td>Fazer uso e entender os termos, símbolos e representações à medida que as generalizações vão se desenvolvendo, considerando compreensões Matemáticas que irão auxiliar no processo de justificação.</td></tr>
<tr><td>Investigar o porquê</td><td>5</td><td>O raciocínio matemático envolve a investigação de vários fatores potenciais que podem explicar por que uma generalização é verdadeira ou falsa.</td><td>Raciocinar por meio de fatores que explicam o porquê, pontuando características particulares de relações matemáticas que podem explicar a generalização.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Justificar ou refutar</td><td>6</td><td>Uma justificação matemática é um argumento lógico baseado em ideias já compreendidas.</td><td>Construir justificativas partindo do conhecimento prévio que convençam a si mesmos e a outros sobre a veracidade de uma afirmação. Logo, deve-se utilizar a argumentação matemática para mostrar se uma conjectura ou generalização é válida ou não. Também se deve verificar a aplicabilidade da justificativa em casos particulares que estejam fora domínio explorado.</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Uma refutação matemática envolve mostrar que uma afirmação particular é falsa.</td><td>Avançar na construção de justificativas, estabelecendo que elas podem ser falsas, para isso admitem o conceito de refutar para esse processo, sabendo que este pode ocorrer de diferentes maneiras, desde um contraexemplo da relação Matemática até a ampla compreensão dos princípios matemáticos que não estão de acordo com a situação em questão.</td></tr>
<tr><td>8</td><td>Justificar e refutar envolve avaliar a validade dos argumentos.</td><td>Perceber que, para que as justificativas possam ser validadas ou não, se faz necessário a avaliação dos argumentos utilizados. Tais argumentos precisam ter apoio matemático.</td></tr>
<tr><td>9</td><td>Uma justificativa matemática válida para uma afirmação geral não é um argumento baseado em autoridade, percepção, consenso popular ou exemplos.</td><td>Justificativas não podem ser baseadas em autoridade, no que está escrito no livro didático, em exemplos etc. É preciso pensar além disso, procurando identificar as ideias matemáticas e recorrer aos conhecimentos matemáticos para validação.</td></tr>
</table>

**Fonte**: Adaptado de Lannin, Ellis e Eliott (2011).

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

O uso da tarefa exploratória na formação continuada contribui para que os professores discutam a partir de suas resoluções, procurando refletir sobre os processos de RM mobilizados durante a resolução da tarefa. Tais entendimentos são necessários para que os professores consigam apoiar o RM de seus alunos.

Diante do exposto, oportunizar momentos de resolução de tarefas matemáticas que desenvolvam o RM para os professores em formação continuada pode ser de grande valia para o processo de ensino e de aprendizagem, pois, a partir da troca de experiências e conhecimentos, os professores podem contribuir coletivamente para a aprendizagem profissional colaborativa (Camacho Bezerra; Morellatti, 2023) e para diferentes práticas em sala de aula.

## 3 Metodologia

Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa de natureza qualitativa e interpretativa (Bogdan; Biklen, 1994), provenientes da realização de um processo de formação continuada que tinha, como intenção, contribuir para a compreensão dos Entendimentos Essenciais de RM para o ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (Anjos, 2023).

Segundo Bogdan e Biklen (1994), uma pesquisa qualitativa consiste em envolver as experiências vivenciadas por determinados sujeitos e as interpretações que os participantes da pesquisa mobilizam diante do contexto de investigação, que pode abranger, durante o estudo, a utilização de gravações, transcrições, artigos etc. Pitanga (2020) descreve que a pesquisa qualitativa se fundamenta em dados coletados nas interações interpessoais e com essa experiência "o pesquisador participa, compreende e interpreta" (p. 193). Contudo, trata-se de uma interpretação rigorosa e minuciosa de dados, que certificam a aprendizagem e propiciam a produção de significados em diferentes perspectivas, sendo uma lógica que caminha junto à interpretação dos dados construídos durante a realização do estudo (Bicudo, 2021).

O método de pesquisa utilizado neste estudo foi a IBD, pois se trata de um processo que permite envolver as práticas de ensino e aprendizagem a partir das intervenções educacionais (Ponte *et al.* 2016). Logo, Ponte *et al.* (2016, p. 76) apontam que o foco dos estudos que utilizam o método da IBD pode estar centrado "na aprendizagem dos alunos, no ensino realizado pelos professores, na produção de novos currículos ou materiais educativos, na formação de professores, ou em mudanças nos

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

sistemas educativos”. Ou seja, trata-se de uma investigação, na qual os conhecimentos a serem investigados possibilitam a análise dos saberes, dos contextos e das ações desenvolvidas em âmbito educacional.

Ao se levar em consideração que o objetivo deste estudo é a investigação das compreensões evidenciadas pelas docentes em relação aos processos de conjecturar e generalizar a partir da análise de resoluções de uma tarefa matemática, elaborou-se a conjectura de que *a resolução e discussão de tarefas matemáticas resolvidas coletivamente por professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental possibilitam a mobilização dos processos de RM*, assim como os seus Entendimentos Essenciais.

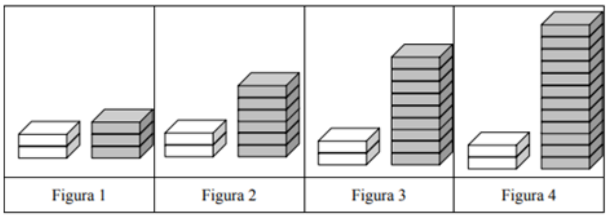
Diante disso, destaca-se que os dados analisados neste trabalho correspondem a uma das tarefas matemáticas, resolvida e discutida pelos professores durante o desenvolvimento do processo de formação (Anjos, 2023). Durante a realização da resolução e da discussão da tarefa exploratória, pretendeu-se identificar quais processos de RM os professores desenvolveram (neste estudo, mantivemos o foco nos processos de conjecturar e generalizar), e, posteriormente, em uma análise retrospectiva, buscamos identificar as compreensões docentes que envolvem os processos de RM e seus Entendimentos Essenciais.

Neste artigo, analisa-se o desenvolvimento de uma das etapas do processo formativo, que consistia em resolver e discutir, em grupos e coletivamente, a resolução de uma tarefa exploratória, conforme ela é apresentada na Figura 1.

**Figura 1**: Legenda da figura

TAREFA EXPLORATÓRIA **(Adaptada de Mosquito, 2008, p. 157):**

Observe a seguinte sequência de figuras, onde estão empilhados azulejos brancos e cinzentos, seguindo uma determinada regra.




Fonte: Mosquito (2008, p. 157)

a) Indique o número de azulejos de cada cor e o número total de azulejos para construir a **Figura 5.** Explique como você obteve cada resultado.
i. Número de azulejos brancos: __________
ii. Número de azulejos cinzentos: ________
iii. Número total de azulejos:____________

b) Indique o número de azulejos de cada cor e o número total de azulejos para construir a **Figura 10**. Explique como você obteve cada resultado.
i. Número de azulejos brancos: __________
ii. Número de azulejos cinzentos: ________
iii. Número total de azulejos:_________

 ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

c) Considerando a regularidade da sequência de figuras, qual figura terá um total de **38 azulejos**? Explique a sua resposta.

d) Considerando a regularidade da sequência de figuras, existe alguma figura com um total de **66 azulejos**? Explique a sua resposta.

e) Com base na observação da sequência de figuras, construa uma sequência numérica com **10 termos**. Explique qual regularidade você utilizou para escrever a sequência numérica e qual cálculo realizou para obter cada termo da sequência.

**Fonte**: Anjos (2023).

O objetivo da resolução da tarefa exploratória no processo formativo foram as reflexões acerca do potencial da tarefa para o desenvolvimento do RM (Anjos, 2023). Os resultados apresentados neste artigo envolvem as discussões promovidas pelos grupos de professores durante o momento de resolução e discussão da tarefa exploratória.

### 3.1 Descrição da Pesquisa

Os dados analisados neste artigo foram coletados por meio de gravações de áudios, durante o desenvolvimento de uma pesquisa conduzida em um processo de formação continuada, intitulada *Compreensões sobre os processos de Raciocínio Matemático e as contribuições com o desenvolvimento profissional*, realizada em uma escola da rede municipal de ensino, localizada em Marialva – PR (Anjos, 2023). Durante a realização do processo de formação, o primeiro autor atuou como formador/pesquisador.

O processo de formação continuada foi realizado de modo presencial, sendo cinco encontros de 3 horas cada um. Participaram do processo formativo sete professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, todas da mesma escola onde foi realizada a formação. Destaca-se que os nomes Paula, Carla, Eloyza, Cristina, Rosana, Ana e Aline são fictícios.

Durante a realização do processo de formação continuada, o formador desenvolveu três Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) (denominadas TAP 1, TAP 2 e TAP 3), e foram desenvolvidas resoluções de tarefas exploratórias, leituras, análises (das resoluções de alunos) e discussões envolvendo tópicos que contribuíssem com a compreensão dos processos de RM. Logo, enfatiza-se que as três TAP propiciaram a realização de discussões em duplas, grupos e coletivas envolvendo principalmente o desenvolvimento do RM e seus processos, mobilizados a partir das resoluções de algumas tarefas matemáticas. Importante destacar neste estudo qualitativo, a compreensão da

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

singularidade ajustada e a intersubjetividade dos participantes (Minayo, 2021) durante as discussões realizadas acerca dos estudos das TAPs.

Para a descrição deste artigo, escolheu-se o 1º momento da TAP 3. A escolha do 1º momento da TAP 3 se justifica pelo fato de que as professoras realizaram a resolução de uma tarefa exploratória, em duplas ou trios, que também foi aplicada em uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental, o que favoreceu a identificação dos processos de RM. Pretendeu-se propor, neste momento, discussões e reflexões que posteriormente contribuiriam para a identificação dos processos de RM mobilizados pelos alunos em sala de aula. Logo, a partir das resoluções apresentadas pelas professoras, buscamos neste estudo identificar quais os processos de RM foram mobilizados pelas professoras durante a resolução da tarefa, bem como os Entendimentos Essenciais.

## 3.2 Procedimentos para a análise de dados

Após a realização das transcrições dos áudios coletados durante a realização do processo de formação continuada, selecionamos, para a análise dos dados, os trechos de discussões entre as professoras, nos quais, em uma análise inicial, consideramos ocorrer a mobilização de compreensões sobre os processos e Entendimentos Essenciais do RM.

Com base nas definições dos Entendimentos Essenciais para o desenvolvimento dos processos de RM (conjecturar e generalizar, investigar o porquê, justificar ou refutar), apresentadas no Quadro 1, assim como nos pressupostos teóricos, buscamos identificar os trechos de discussões que apresentassem características dos processos de RM, em especial, os processos de conjecturar e generalizar.

A partir da análise dos trechos de discussões, buscamos encontrar argumentos que nos possibilitassem realizar inferências sobre as compreensões que envolvem os processos de RM que as professoras estavam mobilizando durante a resolução da tarefa exploratória. Assim, apresentamos, na análise dos dados, as interações dialógicas entre as professoras e a compreensão dos Entendimentos Essenciais que consideramos ser mobilizados em cada trecho da discussão.

A análise inicial dos dados contou com a exploração do material, realizada a partir de uma leitura minuciosa e criteriosa das 42 páginas de transcrição, redigidas a partir das discussões entre os participantes, com o intuito de selecionar os trechos de discussões e as compreensões envolvendo os Entendimentos Essenciais do RM (Quadro 1) (Lannin; Ellis; Eliott, 2011).

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

## 4 Descrição e Análises: identificação dos processos de conjecturar e generalizar

Destacamos, nesta seção, alguns trechos das discussões promovidas pelas professoras durante o momento em que realizam a resolução da tarefa matemática, para proporcionar ao leitor o entendimento de como esse tipo de processo formativo pode ocorrer e, também, para evidenciar a importância desse tipo de discussão entre docentes. Tendo-se como objetivo evidenciar os trechos de falas que possibilitaram identificar a mobilização dos Entendimentos Essenciais, atribuímos a cada fala dos participantes um código (1.1; 1.2; 1.3; ...). O primeiro algarismo corresponde a identificação do grupo e os demais algarismos indicam a posição da fala durante a discussão. Além disso, usamos as siglas EE1, EE2, EE3, EE4 para indicar os Entendimentos Essenciais de 1 a 4, conforme apresentados no Quadro 1.

Os dados que apresentamos são relativos às discussões das duas duplas (Episódios 1 e 2) e de um grupo (Episódio 3).

### 4.1 Episódio 1: dupla 1 (Paula e Eloyza)

Com foco nos processos de RM (Quadro 1), o formador entregou a tarefa exploratória para os participantes, destinando um tempo de 30 minutos para que a resolvessem em grupos. Os participantes estavam divididos em duas duplas e um grupo. Durante as resoluções, o formador realizou intervenções entre os participantes, com o intuito de incitar diferentes discussões.

Ao iniciar a resolução da tarefa exploratória, a Dupla 1 (Paula e Eloysa) apresentou o seguinte diálogo:

> *[1.1] Paula: Figura 1, 2 brancos e 3 cinzentos. Figura 2, 2 brancos e 1, 2, 3, 4, 5, 6 cinzentos, Figura 3, 2 brancos e 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 cinzentos. Provavelmente, a quatro 2 brancos e 12 cinzentos. Fez a união, 3, 6, 9, vamos contar. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. Então 2 permanece.*
> *[1.2] Eloysa: Se manteve.*
> *[1.3] Paula: E aqui vai de 3 em 3. Tabuada do 3. Indique o número de azulejos de cada cor e o número total de azulejos para construir a Figura 5. Então, 2 e 15, né? Porque mantém os 2 e os cinzentos vai de 3 em 3.* ***[EE1 e EE2]***

Nota-se que, na fala [1.3], Paula elaborou uma conjectura (EE1) que possibilitou determinar a quantidade de azulejos cinzentos, pois ao identificar a existência de um padrão na composição das figuras, Paula afirmou que os azulejos cinzentos aumentam de 3 em 3 e a quantidade de azulejos brancos permanece constante, sendo atribuído o valor 2. Ao verificar que a ideia de aumentar de 3 em 3 está relacionada à noção da tabuada do 3, Paula identificou uma semelhança entre os casos (EE2), pois a identificação de pontos

 ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

em comum envolve perceber a existência de uma relação matemática válida em diferentes situações (Lannin, Ellis, Eliott, 2011). A professora complementou seu entendimento ao expor ter notado a existência dos produtos 3x1, 3x2, 3x3, 3x4 e 3x5. Diante disso, entendemos que Paula esteja se referindo à quantidade de azulejos cinzentos (3, 6, 9, 12 e 15), que correspondem respectivamente às figuras 1, 2, 3, 4 e 5.

A partir da ideia envolvendo o uso da tabuada do 3, Paula conjecturou que a Figura 10 da sequência seria composta por 30 azulejos cinzentos:

> [1.4] *Paula: [...] Número de azulejos brancos permanece 2, cinzentos 30.*
> *[1.5] Eloysa: Aham!*
> *[1.6] Paula: Número total de azulejos 32. Continuando o raciocínio, 3x10 trinta.*
> *[1.7] Eloysa: Precisa escrever os brancos também, você acha ou não?*
> *[1.8] Paula: Branco permanece com 2 unidades e os cinzas é multiplicado por 10. 3x10. Gerando o total de 2+15=17 e aqui gerando o total de 2+30, trinta e dois. Esses desafios eu gosto!* ***[EE3]***

Nota-se que, em [1.8], Paula realizou uma generalização (EE3): segundo ela, a quantidade de azulejos cinzentos corresponde a um valor múltiplo de 3 e os azulejos brancos permanece constante, logo, o total de azulejos contidos em cada figura equivale a soma dos brancos e cinzentos. Quando Paula fez a afirmação “gerando o total de 2+15=17 e aqui gerando o total de 2+30, trinta e dois”, notamos que ela estende a aplicação de uma generalização formulada a partir do domínio relevante, embora ela não o mencione. O domínio relevante se refere a descrição de qualquer objeto ou sistema matemático para o qual é definida uma relação matemática (Lannin; Ellis; Eliott, 2011) que, neste caso, compreende a soma de azulejos brancos e cinzentos, tendo-se o “2” como um valor constante. Ficou explícito, nesse trecho, que Paula utilizou a conjectura inicial formulada em [1.3] para determinar que a Figura 10 tem 30 azulejos cinzentos, porém não mostrou compreender que no produto 3x10, o “10” corresponde a posição da figura em questão.

Na perspectiva de verificar se Paula e Eloysa haviam compreendido alguma relação matemática a partir do domínio em que a conjectura foi elaborada, o formador fez o seguinte questionamento:

> *[1.9] Formador: [..] A identificação do 3. E essa tabuada do 3? Como você definiu a relação aqui?*
> *[1.10] Paula: Aqui tem 3, 3x1.*
> *[1.11] Formador: Ah tá! Continua.*
> *[1.12] Paula: Aqui tem 6, 3x2. Aqui tem 9, 3x3. Quando eu cheguei no 9, eu já sem contar aqui, já imaginei que aqui teria 12.* ***[EE4]***

Ao questionar sobre a relação matemática envolvendo a tabuada do 3, o formador conseguiu obter de Paula uma informação que possibilitou entender o modo (EE4) como

 ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

ela pensou para obter os valores 3, 6, 9 e 12. Assim, nota-se implicitamente que, em [1.12], Paula conjecturou que a quantidade de azulejos tem uma relação com a posição da figura. Embora ela não tenha utilizado essas palavras, ficou compreensível, a partir da justificativa que Paula apresentou para o formador.

No decorrer do diálogo, o formador buscou auxiliar Paula na compreensão em que ela estava utilizando a seguinte conjectura: a quantidade de azulejos cinzentos em cada figura corresponde ao produto da posição figura pelo valor "3", porém ela não estava expressando compreensão a partir desta relação matemática. Este fato deixa evidente a dificuldade em relação à elaboração de conjecturas, pois Paula utilizou uma relação matemática para determinar o número de azulejos cinzentos, entretanto não expressou uma compreensão ampla que contribuísse para o desenvolvimento de uma possível generalização visto que, neste momento, percebe-se que é possível identificar e utilizar uma relação matemática (EE2) envolvendo a posição da figura e a quantidade de azulejos cinzentos.

A representação matemática é um meio de expandir o raciocínio, de forma a não apenas perceber um padrão ou uma relação, mas também de ir além com esse padrão ou relação para uma estrutura mais geral (Lannin; Ellis; Eliott, 2011).

Para determinar a figura que teria 38 azulejos, Paula e Eloysa utilizaram a conjectura inicial e concluíram que a Figura 12 seria composta por 38 azulejos no total, apresentando a justificativa de que 12 x 3 é igual a 36 e esse valor, somado com mais 2, totaliza 38 azulejos.

Ao resolver o Item D da tarefa matemática, a dupla Paula e Eloysa concluíram que não seria possível obter uma figura com 66 azulejos, pois conforme a conjectura inicial que elaboraram, os azulejos cinzentos correspondem a um valor múltiplo de 3. Sendo assim, para determinar a figura com 66 azulejos, seria necessário tirar 2 azulejos brancos do total e, consequentemente, os 64 que sobrariam seriam os azulejos cinzentos. Logo, a dupla reconhece que 64 não é múltiplo de 3, o que implica que não seria possível encontrar a figura solicitada.

### 4.2 Episódio 2: dupla 2 (Ana e Carla)

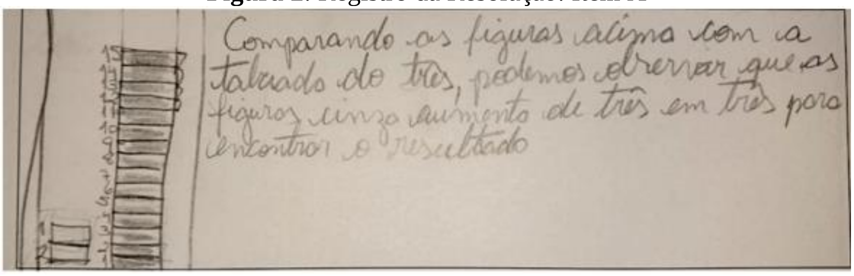
Ana e Carla iniciaram a tarefa com a análise da quantidade de azulejos cinzentos em cada figura.

 ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

> [2.1] *Ana:* [...] *o número total de azulejos para construir a Figura 5. Tá! Aqui, pela equivalência de quanto ele aumentou, aqui é 3, aqui é 6, 9, 12, 15.*
> *[2.2] Carla: O próximo, né?*
> *[2.3] Ana: O próximo. De 3 em 3. 3, 6, 9, 12, 15.* ***[EE1]***
> *[2.4] Carla: Aí do 2? Vai ser 4, aqui do branco?*
> *[2.5] Ana: Mas o branco sempre permanece, né?* ***[EE1]***
> *[2.6] Carla: Ah tá, é verdade.*
> *[2.7] Ana: Então, o de azulejos brancos vai ser sempre 2.* ***[EE2]***

Neste trecho, Ana e Carla, a partir da observação das figuras, fazem, em [2.3], a afirmação (EE1) de que a quantidade de azulejos cinzentos aumenta de 3 em 3, e a quantidade de azulejos brancos permanece constante, ou seja, essa é a conjectura inicial que a dupla formulou no início da tarefa. Quando Ana afirmou, em [2.7], que sempre seriam 2 azulejos brancos, ela identificou uma semelhança (EE2) entre as figuras representadas na tarefa. Após definir a quantidade de azulejos brancos (2) e cinzentos (15), Carla e Ana escolheram o desenho como forma de representação (EE4) para justificar a resposta.

**Figura 2**: Registro da Resolução: Item A




**Fonte**: Dados da pesquisa (2022).

Após elaborarem essa conjectura no Item A, a dupla realiza uma reformulação no Item B, acrescentando as seguintes informações:

> *[2.20] Carla: Então a gente só vai fazer a Figura 10 [referindo-se a décima figura da sequência] aqui, né?*
> *[2.21] Ana: Só.*
> *[2.22] Carla: Não precisa fazer todas, só vamos somando. Então se a 5 é 15, a 6 é 18, a 7 é 21, a 8 é 24, a 9 é 27.* ***[EE1 e EE3]***
> *[2.23] Ana: A 10 é 30. A tabuada do 3.*
> *[2.24] Carla: Tabuada do 3, né.* ***[EE4]***
> *[2.25] Ana: Oh, de 3 em 3.* ***[EE4]***
> *[2.26] Carla: Então a gente precisa fazer essa resolução, não é? Tabuada do 3. Não é só as figuras, não é?* ***[EE4]***

Carla e Ana, ao investigarem a quantidade de azulejos na décima figura da sequência, fazem uma reformulação da conjectura inicial (EE3) que envolve a quantidades de azulejos cinzentos, pois, na fala [2.22], percebe-se que elas relacionam a quantidade de azulejos cinzentos com a posição da figura, depois identificam uma semelhança entre os casos (EE2) e afirmam (EE1) que a quantidade de azulejos cinzentos são valores são múltiplos de 3. Consequentemente, Carla e Ana, ao reconhecerem que,

 ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

em vez de utilizar a ideia de somar de 3 em 3, podem utilizar a tabuada do 3, demonstram compreender que ambas as ideias envolvem o mesmo entendimento (EE4), porém, representadas de modo diferente.

Embora Carla e Ana já houvessem notado que a quantidade de azulejos cinzentos em cada figura corresponde a um valor múltiplo de 3, elas, ainda, optaram em justificar a resolução utilizando a conjectura de que os cinzentos aumentam de 3 em 3 (EE4). Ao definir que o total de azulejos é 32, Carla apontou que o 32 não é múltiplo de 3, deste modo, elas retomam a conjectura inicial e lembram que, dos 32 azulejos, 2 são brancos. Ou seja, 30 são cinzentos, logo 30 é múltiplo de 3.

A partir da compreensão expressa por Carla e Ana, o formador faz alguns questionamentos que envolvem a conjectura que elas utilizaram:

> *[2.27] Formador: Por que dá 30?*
> *[2.28] Ana: Porque de 3 em 3, até chegar no 10 ele dá 30.*
> *[...]*
> *[2.29] Ana: Nós relacionamos com a tabuada, mas nós imaginamos essa Figura 5 como se fosse de 3 em 3, subindo vai dá 30 azulejos.* ***[EE1 e EE4]***
> *[...]*
> *[2.30] Formador: Mas você não identificou nenhuma relação matemática que dá para utilizar neste momento ainda?*
> *[2.31] Ana: A tabuada. Porque no caso 3x10, a cada 3 azulejos é uma figura, então 10 de 3 em 3, nós vamos formar a Figura 10 [referindo-se a décima figura da sequência], então vai dá 30 azulejos.*

Ao perceber que a dupla, ao usar implicitamente a ideia da tabuada do 3 (EE4), estava utilizando uma conjectura que envolvia uma relação matemática entre a posição da figura e a quantidade de azulejos cinzentos, o formador realizou algumas intervenções com a intenção de auxiliar as professoras a perceberam que existe uma semelhança entre os casos. Logo, com base nestas semelhanças, estavam expressando informações que são relevantes (EE1) para os processos de inferência que envolvem uma generalização.

> *[2.32] Formador: [...] Você falou sobre a relação com a figura. Quer ver, repete de novo [referindo-se a fala] para você ver, que isso já ajuda a fazer a justificação que precisa.*
> *[2.33] Carla: É. 3x1 é 3.*
> *[2.34] Formador: Tá, e o que é esse 1?*
> *[2.35] Carla: Esse 1 é a Figura 1.*
> *[2.36] Formador: Figura 1.*
> *[2.37] Carla: 3x2 que é a Figura 2 é 6, 3x3 que é a Figura 3, 9 e assim por diante.* ***[EE4]***

Considerando que Carla apresentou argumentos que apresentam contribuições para a reformulação da conjectura elaborada inicialmente pela dupla, o formador, a partir das compreensões que envolvem a figura e a quantidade de azulejos, provocou uma reflexão que conduziu Carla a compreender que existe uma relação matemática (EE4)

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

que auxilia a determinar a quantidade de azulejos cinzentos em qualquer figura. Neste caso, a compreensão desenvolvida pela professora foi da identificação do domínio relevante, quando consegue relacionar o objeto (no caso, a quantidade de azulejos em cada figura) com a relação matemática (Lannin; Ellis; Eliott, 2011).

Para verificar se existe uma figura com 66 azulejos, Ana iniciou afirmando que é necessário tirar do total (66) os 2 azulejos brancos (EE1), ou seja, sobram 64 cinzentos. Como elas haviam utilizado anteriormente a ideia de representar. por meio do desenho, a Figura 10 com 30 azulejos cinzentos em uma única coluna dividida em 10 partes iguais, Ana pensou que, neste caso, pode-se representar os 64 azulejos em uma figura (coluna) dividida em 8 partes iguais. Desta forma, pode-se atribuir o valor de 8 unidades para cada parte, obtendo 8x8, que é igual a 64 azulejos (EE4).

Ao retomar a conjectura inicial, ou seja, que os azulejos aumentam de 3 em 3, elas concluem que essa ideia não é válida.

> *[2.38] Carla: Então, teria que seguir, se é 36.*
> *[2.39] Ana: Eu acho que não, você sabe por quê? 66, de 3 em 3 dá 64? Óh, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, dá 60, 60 com mais 3, 63, tinha que dá 64. Então, não**. [EE4]***
> *[2.40] Carla: Então, a gente pode explicar assim, não, pois, a sequência de 3 ela não dará.*
> *[2.41] Ana: Não, pois de 3 em 3, não chegará ao 64, que seria 66 menos 2 brancos. 64 cinzentos, né. Deu para entender.*

Após refutar a ideia de representar os 64 azulejos por meio de uma coluna dividida em 8 partes iguais, Ana decidiu realizar a contagem com base na afirmação elaborada na conjectura inicial, ou seja, a de que os azulejos cinzentos aumentam de 3 em 3 (EE4). No entanto, notamos que Ana realizou a contagem dos cinzentos até a décima figura da sequência, logo após ela calcula o dobro da quantidade de azulejos cinzentos que a décima figura tem e passa a contar 60. 60 mais 3 dá 63, ou seja, a partir disso a dupla concluiu que não existe uma figura com 66 azulejos. Com base no modo em que Ana realizou a contagem dos azulejos cinzentos, ou seja, que de 30 passou para 60, podemos compreender que, implicitamente, ela elaborou uma nova conjectura que necessita ser verificada (EE4), isto é, será que dobrando a posição da figura, a quantidade de azulejos cinzentos também é o dobro?

### 4.3 Episódio 3: grupo 1 (Rosana, Cristina e Aline)

Rosana, Cristina e Aline também iniciaram a tarefa analisando a quantidade de azulejos cinzentos em cada figura. O grupo 1, após observar a sequência de figuras,

 ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

elaborou em [3.5] uma conjectura afirmando que a quantidade de azulejos cinzentos aumenta de 3 em 3 (EE1). Rosana, a partir desta conjectura, realizou a contagem dos azulejos buscando verificar se a conjectura elaborada inicialmente é válida (EE1) e, com isso, sabendo que a figura 4 tem 12 azulejos cinzentos, afirma que a figura 5 teria 15 azulejos cinzentos, visto que 12 somado a 3 é igual a 15. Após identificar a quantidade de azulejos cinzentos, Rosana questionou se a quantidade de azulejos brancos na figura 5 corresponderia a soma de todos os azulejos brancos contidos nas figuras anteriores. Dessa forma, Rosana encontrou a necessidade de analisar a quantidade de azulejos brancos.

> *[3.1] Cristina: A cada figura branca, 3. [Cristina quis dizer figura cinza]*
> *[3.2] Rosana: 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Foi somando sempre mais 3 no azulejo… **[EE1]***
> *[3.3] Cristina: Cinza, né?*
> *[3.4] Rosana: É. 3, 6, 9, 12. É isso mesmo.*
> *[3.5] Cristina: De 3 em 3.*
> *[3.6] Rosana: É. 3, 6, 9, 12. Então, vai ser 2 e 15. Isso? A quinta figura. Número de azulejos brancos 2, de azulejos cinzentos 3, total de azulejos 5. Então, vamos ver se dá aqui, 6, 7, 8.**[EE1]***
> *[3.7] Rosana: É. Mas aqui é para eu somar todos aqui, 2, 4, 6, 8?*

O grupo 1, após observar a sequência de figuras, elaborou em [3.5] uma conjectura afirmando que a quantidade de azulejos cinzentos aumenta de 3 em 3 azulejos (EE1). Rosana, a partir desta conjectura, realizou a contagem dos azulejos buscando verificar se a conjectura elaborada inicialmente é válida (EE1).

> *[3.8] Cristina: Então o raciocínio que a gente teve é que é de 3 em 3, e porque não aumentou os 2 brancos? Ele coloca 2 sempre? **[EE4]** [...]*
> *[3.9] Rosana: É ele aumentou de 3 em 3. **[EE1 e EE4]***
> *[3.10] Aline: Agora, os 2 brancos permaneceram. **[EE1 e EE4]***
> *[3.11] Cristina: O número total para construir a Figura 5, 2 e 3. Essa seria a Figura 4, nós precisamos construir a Figura 5.*
> *[3.12] Rosana: Aqui seria 2x1 sempre [...]*

Neste momento da discussão, o grupo 1 elaborou uma conjectura envolvendo a quantidade de azulejos brancos, em que afirmam que a quantidade de azulejos brancos é um valor constante (EE1). Com isso, o grupo mostrou compreender que a quantidade de azulejos brancos (igual a 2) é uma particularidade que auxiliaria no processo de justificação (EE4) relacionado a uma possível conjectura ou generalização (Lannin; Ellis; Eliott, 2011).

> *[3.13] Rosana: Então que os azulejos brancos se repetem e os azulejos cinzentos...**[EE3]***
> *[3.14] Aline: Aumenta. **[EE3]***
> *[3.15] Cristina: Eles apresentam uma regularidade, aumenta de 3 em 3, é a lógica.**[EE3]***
> *[3.16] Aline: É, aumenta de 3 em 3.**[EE3]***
> *[3.17] Rosana: Apresenta uma regularidade e...**[EE3]** [...]*
> *[3.18] Cristina: Aumenta-se de 3 em 3, depois mais 3.*

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

Na fala [3.13], Rosana buscou estabelecer uma afirmação para indicar as quantidades de azulejos brancos e cinzentos na figura 5 ao apresentar argumentos que corroboravam com a reformulação da conjectura (EE4) (Lannin, Ellis, Eliott, 2011). Diante disso, Rosana e Cristina identificaram que existia uma regularidade (EE2) a partir da percepção de uma semelhança entre as figuras e, logo, mostraram compreender que essa regularidade poderia ser aplicada em outras figuras da sequência (EE3) (Lannin; Ellis; Eliott, 2011).

> *[3.19] Rosana: Então, se eu fizer a Figura 5, a Figura 6 vai ter 18, a Figura 7 vai ter 21, a Figura 8, porque é a tabuada do 3, né? 24, a tabuada do 9 dá 27 e 10 vai dá 30. Então, eu posso multiplicar o resultado aqui? Não! Esse resultado eu posso multiplicar, eu posso dobrar ele.* ***[EE1]***
> *[3.20] Cristina: Então, o que eu pensei que tem em comum em todos eles, que sempre vai ter mais 3, mais 3, somando mais 3, ele não vai formar a tabuada, né?*
> *[3.21] Rosana: Ele na tabuada do 3, oh! 3x1 três, 3x2, Figura 2 dobrou. 3x3 nove, 3x4 doze, 3x5 quinze, 3x6 dezoito, 3x7 vinte e um.*
> *[3.22] Cristina: Vai dando uma sequência de figuras no caso, agora de imagens.*

Rosana e Cristina concluíram que a quantidade de azulejos cinzentos em cada figura corresponde a um valor múltiplo de 3 (EE1) e, a partir disso, observaram que existia uma relação entre a figura e a utilização da tabuada do 3, o que implicava em uma informação que possibilitaria uma reformulação da conjectura inicial. Com base no excerto apresentado, pode-se perceber que embora as professoras não citem, elas utilizaram uma relação matemática. A partir das falas, é possível inferir que elas entenderam que a quantidade de azulejos cinzentos poderia ser determinada a partir da posição da figura. Essa relação envolve uma argumentação que provavelmente seria um auxílio na elaboração de uma possível generalização (Lannin; Ellis; Eliott, 2011).

> *[3.23] Rosana: [...] indique o número total de azulejos para construir a Figura 5. Então, aqui é 15.*
> *[3.24] Cristina: 2 brancos e cinzas foi 15, né?*
> *[3.25] Rosana: É. Foi 3 de 5. 3 montes de 5 para dar 15.* ***[EE1]***
> *[3.26] Cristina: É, que aí o último deu 15, isso? Cinzas né, aí pede o número total.* ***[EE1]***
> *[3.27] Rosana: É. 5 montes de 3, na verdade. 1, 2, 3, 4, 5 montes de 3.* ***[EE1]***

Neste trecho da discussão, o grupo discute sobre a quantidade de azulejos na figura 5. Rosana, a partir da compreensão que a quantidade de azulejos cinzentos na figura 5 corresponde a 15, e que esse valor corresponde a 5 multiplicado por 3, afirmou que a décima figura da sequência teria 30 azulejos cinzentos, o que é equivalente a 10 multiplicado por 3 (EE1). Desta forma, nota-se que Rosana fez uma afirmação que reforça

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

a ideia de que a conjectura inicial poderia ser reformulada, e isso justifica a possibilidade de envolver a multiplicação por 3 para determinar a quantidade de azulejos cinzentos.

> *[3.28] Cristina: É tem alguma coisa aí que não... até porque a gente foi na ideia, a gente foi ampliando 3, mas aqui...* ***[EE2]***
> *[3.29] Rosana: Qual que vai ter um total de 38? Esse aqui [mostrando no desenho].*
> *[3.30] Aline: Só se for por 2.*
> *[3.31] Rosana: E vai sobrar 1, agora aqui sim. 66 divide por 3, vai dá 3x2 seis, 3x2 seis, aqui dá, tem uma regularidade.* ***[EE2]***
> *[3.32] Cristina: Então, nenhuma figura vai ter 38.*
> *[3.33] Rosana: Não vai ter. Ah então, considerando a sequência de figuras, qual figura terá um total de 38 azulejos? Nenhuma.*
> *[3.34] Cristina: Nenhuma, se for uma sequência de 3 em 3.*

Ao resolver o item C da tarefa, notamos que o grupo apresentou uma discussão que mostra a importância de fazer uma revisão da conjectura inicial (EE3) ao verificar se ela continua sendo válida. Afinal, ao resolver o item B, notamos que as professoras aprofundaram a discussão sobre a quantidade de azulejos cinzentos, e pouco discutiram sobre a quantidade de azulejos brancos em cada figura. Desta forma, ao buscar identificar qual figura teria um total de 38 azulejos, elas mantiveram a ideia de que a respectiva figura compreende a um valor que é múltiplo de 3 (EE1) e esqueceram de considerar a quantidade de azulejos brancos.

Considerando os argumentos apresentados pelo grupo, nota-se que as professoras levaram em conta a semelhança entre os casos (EE2), ou seja, que os azulejos cinzentos aumentam de 3 em 3. Porém, conforme o desenvolvimento da resolução, verificou-se que houve um equívoco na compreensão que envolvia a conjectura que utilizaram (EE4) até o item C, pois, no caso da figura com 38 azulejos no total, consideraram que o total de azulejos aumentava de 3 em 3, e não apenas os azulejos cinzentos.

Na resolução do Item C, o grupo discute como encontrar a figura com 38 azulejos:

> *[3.35] Formador: Esse aqui a mesma coisa.* ***[EE2]***
> *[3.36] Rosana: Tem que somar o total dos dois, né?* ***[EE2]***
> *[3.37] Formador: Isso o total dos dois.*
> *[3.38] Cristina: É 32.*
> *[3.39] Formador: Isso, aí vai dá diferença naquele 33 seu lá.*
> *[3.40] Aline: Então aqui é 36.*
> *[3.41] Cristina: Mais 2, 38.*
> *[3.42] Aline: É. 36. Então é a de 12.*

Por meio da semelhança entre os casos (EE2), o grupo reformulou a conjectura utilizada para determinar a figura que tem 38 azulejos no total. Na resolução que desenvolveram, as professoras não consideraram a quantidade de azulejos brancos. Logo, a relação matemática (Lannin; Ellis; Eliott, 2011) que utilizaram para determinar o total de azulejos na figura 5 também deveria ser válida para a figura 10.

 ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

Na resolução do Item D, as professoras discutem:

> *[3.43] Cristina: Mas aí teria que pensar em uma forma de chegar nesse 66.* ***[EE4]***
> *[3.44] Rosana: Sessenta, sessenta e três, sessenta e seis. Por isso, que não vai dá aqui. Ah, deixa eu ver aqui. Não, mas aqui mais 2.*
> *[3.45] Aline: É 64.*
> *[3.46] Rosana: Então.*
> *[3.47] Cristina: Acrescenta mais 2 aqui, mais 2 vai dá?*
> *[3.48] Rosana: 39, 40, 41.*
> *[3.49] Cristina: Mais 2?*
> *[3.50] Rosana: Vai ser aqui oh, 54, 55, 56. Então vai dá 57. Isso que eu estou tentando fazer, 58, 59.*
> *[3.51] Cristina: Acrescentando mais 2, vai dá um total de 66.*
> *[3.52] Rosana: Dá 60, mais 2 dá 62. 63 mais 2 vai dá 65. Que beleza de regularidade é essa? Vamos nós, nós vamos descobrir. [...]*
> *[3.53] Cristina: A figura 22 dá 66 e não se pode acrescentar o 2 para dar o total, ultrapassa o total de 66 azulejos.* ***[EE1]***
> *[3.54] Aline: Tem que ser 64, porque coloca 2.*
> *[3.55] Cristina: É, mas pela regularidade que a gente está seguindo 63 mais 2 dá 65, então falta 1.*
> *[3.56] Rosana: Brancos 2, daí cinza 66 vai dá 68.*
> *[3.57] Cristina: E se você colocar 63 mais 2, dá 65. Então, não existe uma figura com um total de 66 azulejos, pois a figura 21 tem um total de 65 azulejos. Brancos 2, cinzentos 63, total 65.*

Para determinar se existe uma figura com 66 azulejos no total, Rosana e Cristina desenvolveram um raciocínio, que parte da quantidade de azulejos cinzentos da figura 12, afinal, tendo em vista que a sequência aumenta de 3 em 3, optaram por multiplicar a posição da figura por 3. Logo, Rosana e Cristina consideraram necessário retirar duas unidades de azulejo desse total de 66. Com isso, conjecturaram que a figura 22 teria 66 azulejos de cor cinza (EE1). Diante dessa conjectura, as professoras mostraram compreender que não seria possível obter a figura solicitada, pois nas figuras 21 e 22 constariam 65 e 68 azulejos no total, respectivamente (EE4).

Já no último item da tarefa, o grupo utilizou a representação numérica para expressar a regularidade:

> *[3.58] Rosana: Agora aqui, como é pra eu fazer, pra eu descobrir? É com desenho, com números ou com o quê?* ***[EE4]***
> *[3.59] Formador: Com números. [..]*
> *[3.60] Cristina: Ah tá! Depois é só utilizar a regularidade que eu tenho.* ***[EE3]*** *[...]*
> *[3.61] Cristina: Agora aqui nós vamos colocar 5+3 é 8, 8+3 é 11.*
> *[3.62] Rosana: 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14. Tá certinho. É isso, mesmo. 14, 17, 20.*
> *[3.63] Cristina: 11+3 é 14.*
> *[3.64] Rosana: 14+3 dezessete, 17+3 vinte. Que aqui é a Figura 1, 1, 2, 3, 4, 5, 6.*
> *[3.65] Cristina: É porque é a soma no total!*

Para determinar os termos da sequência, sabendo que o primeiro termo vale 5, o grupo utilizou a conjectura que envolve a ideia de somar de 3 em 3 até obter os 10 termos.

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

Neste trecho da discussão, notamos que Rosana expressa uma dúvida com relação à forma de representar os termos da sequência (EE4). Entretanto, após compreender que cada termo corresponde a quantidade total de azulejos de cada figura, Cristina observou que a sequência atendia a uma regularidade: o padrão com valor 3 (EE3).

## 5 Resultados alcançados a partir das análises

Perante a realização das análises dos excertos, focamos na identificação dos processos de conjecturar e generalizar, assim como nas compreensões que as professoras revelam sobre os Entendimentos Essenciais do RM propostos por Lannin, Ellis e Eliott (2011), conforme o Quadro 1.

A partir da descrição e análise dos trechos na seção anterior, pontuamos que as discussões realizadas pelos professores acerca da resolução da tarefa matemática em ambiente de formação continuada proporcionou aos participantes compreensões de como formular e reformular conjecturas, identificar pontos em comum nos processos de resoluções, identificar semelhanças e diferenças, utilizar diferentes formas de representações, símbolos e termos, analisar os domínios relevantes para cada situação e compreender padrões e regularidades.

Para Lannin, Ellis e Eliott (2011), ao conjecturar, raciocina-se sobre as relações matemáticas, momento em que o processo de compreensão da tarefa matemática é iniciado. Nesse sentido, percebeu-se que as professoras formularam diferentes conjecturas quando iniciaram o processo de resolução da tarefa, e observaram que os azulejos brancos se mantinham e que os cinzentos relacionaram a sequência com a multiplicação pelo fator três, com a tabuada etc. Nesse momento, foi perceptível que a resolução da tarefa propiciou amplas discussões, que auxiliaram no desenvolvimento do RM das professoras, assim como a aplicação de diferentes conhecimentos matemáticos.

No que se refere às generalizações, as professoras identificaram algumas semelhanças entre os casos, o que colaborou com a reformulação de conjecturas e com a aplicação de generalizações para outros domínios conforme elas resolviam a tarefa. Diante disso, destaca-se a reformulação de conjecturas que adaptam suas generalizações para outras situações como um importante aspecto no desenvolvimento do raciocínio para que seja possível chegar à justificação (Lannin; Ellis; Eliott, 2011).

Considerando o Quadro 1, que destaca como identificar os Entendimentos Essenciais e as discussões descritas entre os participantes, apresentamos o Quadro 2, que

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

contém as compreensões das professoras a respeito dos processos de conjecturar e generalizar. Nos espaços que estão marcados com um traço (-), não foi identificado compreensões de conjectura/generalização no trecho correspondente.

**Quadro 2**: Compreensões das professoras em relação aos processos de conjecturar e generalizar

| Trechos | Conjectura | Generalização |
|---|---|---|
| 1.1 a 1.3 | Identifica a semelhanças entre os casos | - |
| 1.4 a 1.8 | - | Reconhece o domínio relevante |
| 1.9 a 1.12 | Apresenta uma argumentação que justifica a validade de uma afirmação | Identifica relações matemáticas a partir das conjecturas elaboradas inicialmente |
| 2.1 a 2.7 | Realização de afirmações | - |
| 2.20 a 2.26 | Identifica semelhanças entre os casos | Realiza a reformulação de uma conjectura |
| 2.27 a 2.31 | Identifica semelhanças entre os casos | - |
| 2.32 a 2.37 | - | Promove uma reflexão envolvendo uma relação matemática |
| 2.38 a 2.41 | - | Elabora novas conjecturas que necessitam ser verificadas |
| 3.8 a 3.12 | - | Reconhece as particularidades de um caso |
| 3.13 a 3.18 | - | Identifica padrões e regularidades |
| 3.19 a 3.22 | - | Promove uma reflexão envolvendo uma relação matemática e apresenta uma argumentação para validar uma generalização |
| 3.23 a 3.27 | Elabora afirmações matemáticas que necessitam ser verificadas | - |
| 3.28 a 3.34 | Identifica uma relação Matemática | - |
| 3.35 a 3.42 | Semelhanças entre os casos | - |
| 3.43 a 3.57 | - | Reconhece as particularidades de um caso |
| 3.58 a 3.65 | - | Identifica a existência de padrões e regularidades |

**Fonte**: Os autores (2024).

A partir do Quadro 2, é possível observar as compreensões destacadas nas discussões entre as professoras durante a resolução da tarefa matemática. Considera-se, para a compreensão do processo de conjecturar, que as professoras reconheceram semelhanças entre os casos contidos na tarefa. Elas observaram a semelhança entre as figuras e o comportamento dos azulejos brancos e cinzentos, bem como o aumento de 3 em 3 para os cinzas e as quantidades fixas para os brancos. Além disso, em algumas discussões, foi possível verificar essa compreensão por meio da tabuada do 3, reconhecendo uma relação matemática.

As professoras mostraram compreender a conjectura elaborada por meio de afirmações realizadas com as duplas ou grupos de discussões. Esse ponto se mostrou importante para gerar oportunidades de aprendizagens docentes pois, por meio das

 ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

interações entre os participantes (Ribeiro; Ponte, 2020), foi possível identificar compreensões com relação ao processo de conjecturar.

No que tange a compreensão do processo de generalizar, foi possível perceber que as professoras reconheceram as semelhanças entre os casos, bem como as particularidades, os padrões e regularidades e as relações matemáticas presentes na tarefa, considerando os raciocínios e discussões matemáticas promovidas pelas professoras. Nesse ponto, salienta-se compreensões docentes sobre o desenvolvimento do raciocínio matemático, assim como a validação ou refutação, argumentação e reformulação de conjecturas que possibilitam a identificação de padrões e regularidades que apoiam o desenvolvimento de generalizações.

Diante das compreensões mobilizadas pelas professoras, foi possível identificar conjecturas e generalizações que viabilizam uma sistematização das relações matemáticas. Consequentemente, a sistematização envolvendo o uso da linguagem matemática possibilita reconhecer, com mais propriedade, os aspectos de RM desenvolvidos pelas professoras. Deste modo, registra-se no Quadro 3, os trechos da discussão entre as professoras, além das compreensões e do raciocínio matemático desenvolvido durante o processo de resolução da tarefa que possibilitaram identificar as conjecturas. Ressalta-se que as relações matemáticas durante a resolução da tarefa foram sistematizadas com base nos diálogos das professoras.

**Quadro 3**: Compreensões e relações matemáticas envolvendo o processo de conjecturar

| **[Trechos]**<br><br>**Compreensões** | **Raciocínio Matemático desenvolvido durante a resolução** | |
|---|---|---|
| **[1.1 a 1.3]**<br><br>**Identifica a semelhanças entre os casos** | A quantidade de azulejos brancos é constante (2 unidades) e a quantidades de azulejos cinzentos corresponde a posição da figura multiplicado por 3, pois, os azulejos cinzentos aumentam 3 unidades em cada figura subsequente. Desta forma, têm-se:<br><br>Figura 1 = 2 + 3 = 5 azulejos | Figura 2 = 2 + 6 = 8 azulejos<br><br>Figura 3 = 2 + 9 = 12 azulejos<br><br>Figura 4 = 2 + 12 = 14 azulejos<br><br>Figura 5 = 2 + 15 = 17 azulejos<br><br>…<br><br>Figura n = 2 + 3n = total de azulejos |
| **[1.9 a 1.12]**<br><br>**Apresenta uma argumentação que justifica a validade de uma afirmação** | A quantidade de azulejos cinzentos é um valor múltiplo de 3, ou seja:<br><br>Figura 1 = 3 x 1 = 3 azulejos cinzentos. | Figura 2 = 3 x 2 = 6 azulejos cinzentos.<br><br>Figura 3 = 3 x 3 = 9 azulejos cinzentos. |
| | A quantidade de azulejos cinzentos | Figura 4 = 9 + 3 = 12 azulejos |

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

| | | |
|---|---|---|
| **[2.1 a 2.7]**<br><br>**Realização de afirmações** | corresponde a uma adição, pois:<br><br>Figura 1 = 3 azulejos cinzentos.<br><br>Figura 2 = 3 + 3 = 6 azulejos cinzentos.<br><br>Figura 3 = 6 + 3 = 9 azulejos cinzentos. | cinzentos.<br><br>Figura 5 = 12 + 3 = 15 azulejos cinzentos.<br><br>…<br><br>Os azulejos brancos, é uma constante valendo 2 unidades. |
| **[2.20 a 2.26]**<br><br>**Identifica semelhanças entre os casos** | A quantidade de azulejos cinzentos é um valor múltiplo de 3, ou seja:<br><br>Figura 5 = 3 x 5 = 15 azulejos cinzentos.<br><br>Figura 6 = 3 x 6 = 18 azulejos cinzentos. | Figura 9 = 3 x 9 = 27 azulejos cinzentos.<br><br>Figura 10 = 3 x 10 = 30 azulejos cinzentos. |
| **[2.27 a 2.31]**<br><br>**Identifica semelhanças entre os casos** | Nas relações matemáticas, a variável em cada relação corresponde a posição (n) da figura.<br><br>Figura 5 = 3 x 5 = 15 azulejos cinzentos.<br><br>Figura 6 = 3 x 6 = 18 azulejos cinzentos.<br><br>Figura 9 = 3 x 9 = 27 azulejos cinzentos. | Figura 10 = 3 x 10 = 30 azulejos cinzentos.<br><br>…<br><br>Figura n = 3 x n = y azulejos cinzentos. |
| **[3.23 a 3.27]**<br><br>**Elabora afirmações matemáticas que necessitam ser verificadas** | O total de azulejos corresponde a soma de azulejos brancos e cinzentos, sendo que:<br><br>Figura 5 = 5 x 3 = 15 azulejos cinzentos.<br><br>Figura 5 = 2 azulejos brancos. | Logo,<br><br>Figura 5 = 2 + 3 x 5 = 17 azulejos no total. |
| **[3.28 a 3.34]**<br><br>**Identifica a relação Matemática** | Partindo do raciocínio que a quantidade de total azulejos é múltiplo 3, logo:<br><br>Figura n = 3 x n = 38 azulejos no total.<br><br>$3 \text{ x } n = 38 \Rightarrow n = \frac{38}{3} = 12{,}66\ldots$<br><br>Como não é exata a divisão, isso significa que não existe uma figura com 38 azulejos no total. | Já a figura com 66 azulejos, existe. Pois:<br><br>3 x 22 = 66<br><br>Obs.: Essa conjectura é inválida, pois as professoras não consideraram que o 38 corresponde ao total de azulejos, mas sim, utilizaram o 38 como se fosse a quantidade de azulejos cinzentos. |
| **[3.35 a 3.42]**<br><br>**Identifica semelhanças entre os casos** | Na Figura 5, o total de azulejos corresponde a soma de azulejos brancos e cinzentos, respectivamente ou seja:<br><br>Figura 5 = 2 + 15 = 17 azulejos no total. | Desta forma:<br><br>Figura 12 = 2 + 36 = 38 azulejos no total. |

**Fonte**: Os autores (2024).

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

Os dados apresentados no Quadro 3 apresentam, a partir do raciocínio desenvolvido pelas professoras, as relações matemáticas que foram utilizadas durante a resolução da tarefa. Logo, essas relações possibilitam compreender como as conjecturas foram formuladas durante a resolução da tarefa.

No Quadro 4, tem-se os trechos da discussão entre as professoras, as compreensões e o raciocínio matemático envolvido no processo de generalização.

**Quadro 4**: Compreensões e relações matemáticas envolvendo o processo de generalizar

| **[Trechos]**<br>**Compreensões** | **Raciocínio matemático desenvolvido durante a resolução** | |
|---|---|---|
| **[1.4 a 1.8]**<br>**Reconhece o domínio relevante** | Total de azulejos correspondem a soma de azulejos brancos e cinzentos. Seja para determinar a quantidades de azulejos na Figura 5 e Figura 10. Logo, pode ser determinado da seguinte forma:<br>Figura 5 = 2 + 3 x 5 = 2 + 15 = 17 azulejos no total. | Figura 10 = 2 + 3 x 10 = 2 + 30 = 32 azulejos no total.<br>Com isso, pode-se inferir que:<br>**Figura n = 2 + 3 x n = 2 + 3n** |
| **[1.9 a 1.12]**<br>**Identifica relações matemáticas a partir das conjecturas elaboradas inicialmente** | Quantidade de azulejos cinzentos é um valor múltiplo de 3, pois:<br>Figura 1 = 3 x 1 = 3 azulejos cinzentos.<br>Figura 2 = 3 x 2 = 6 azulejos cinzentos.<br>Figura 3 = 3 x 3 = 9 azulejos cinzentos. | Figura 4 = 3 x 4 = 12 azulejos cinzentos.<br>…<br>**Figura n = 3 x n = 3n azulejos cinzentos.** |
| **[2.20 a 2.26]**<br>**Realiza a reformulação de uma conjectura** | A quantidade de azulejos cinzentos é um valor múltiplo de 3, ou seja:<br>Figura 5 = 3 x 5 = 15 azulejos cinzentos.<br>Figura 6 = 3 x 6 = 18 azulejos cinzentos.<br>Figura 7 = 3 x 7 = 21 azulejos cinzentos.<br>Figura 8 = 3 x 8 = 24 azulejos cinzentos. | Figura 9 = 3 x 9 = 27 azulejos cinzentos.<br>Figura 10 = 3 x 10 = 30 azulejos cinzentos.<br>…<br>**Figura n = 3 x n = 3n azulejos cinzentos.** |
| **[2.32 a 2.37]**<br>**Promove uma reflexão envolvendo** | Ao determinar a quantidade de azulejos cinzentos é possível identificar que:<br>Figura 1 = 3 x 1 = 3 azulejos cinzentos.<br>Figura 2 = 3 x 2 = 6 azulejos | Figura 3 = 3 x 3 = 9 azulejos cinzentos.<br>…<br>**Figura n = 3 x n = 3n azulejos cinzentos.** |

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

| | | |
|---|---|---|
| **uma relação matemática** | cinzentos. | |
| **[2.38 a 2.41]**<br><br>**Elabora novas conjecturas que necessitam ser verificadas** | Para determinar a figura com 64 azulejos no total deve-se ter:<br>Figura n = 2 azulejos brancos + 64 azulejos cinzentos.<br>Logo, para determinar a quantidade de azulejos cinzentos, pode-se utilizar o padrão, ou seja:<br>Figura 1 = 3 azulejos cinzentos.<br>Figura 2 = 3 + 3 = 6 azulejos cinzentos.<br>Figura 3 = 6 + 3 = 9 azulejos cinzentos.<br>Figura 4 = 9 + 3 = 12 azulejos cinzentos.<br>Figura 5 = 12 + 3 = 15 azulejos cinzentos.<br>Figura 6 = 15 + 3 = 18 azulejos cinzentos. | Figura 7 = 18 + 3 = 21 azulejos cinzentos.<br>Figura 8 = 21 + 3 = 24 azulejos cinzentos.<br>Figura 9 = 24 + 3 = 27 azulejos cinzentos.<br>Figura 10 = 27 + 3 = 30 azulejos cinzentos.<br>…<br>Figura 20 = 57 + 3 = 60 azulejos cinzentos.<br>Figura 21 = 60 + 3 = 63 azulejos cinzentos.<br>**Conclusão: Não é possível determinar uma figura com 64 azulejos cinzentos, logo, não existe uma figura com 66 azulejos no total.** |
| **[3.8 a 3.12]**<br><br>**Reconhece as particularidades de um caso** | A quantidade de azulejos brancos é constante, ou seja:<br>Figura 1 = 2 azulejos brancos.<br>Figura 2 = 2 azulejos brancos.<br>Figura 3 = 2 azulejos brancos.<br>…<br>**Figura n = 2 azulejos brancos.**<br><br>Já, os azulejos cinzentos podem ser determinados da seguinte forma: | Figura 1 = 3 azulejos cinzentos.<br>Figura 2 = 3 + 3 = 6 azulejos cinzentos.<br>Figura 3 = 6 + 3 = 9 azulejos cinzentos.<br>Figura 4 = 9 + 3 = 12 azulejos cinzentos.<br>Figura 5 = 12 + 3 = 15 azulejos cinzentos.<br>…<br>**Figura n = Figura (n - 1) + 3** |
| **[3.13 a 3.18]**<br><br>**Identifica padrões e regularidades** | Os azulejos cinzentos podem ser determinados da seguinte forma:<br>Figura 1 = 3 azulejos cinzentos.<br>Figura 2 = 3 + 3 = 6 azulejos cinzentos.<br>Figura 3 = 6 + 3 = 9 azulejos cinzentos. | Figura 4 = 9 + 3 = 12 azulejos cinzentos.<br>Figura 5 = 12 + 3 = 15 azulejos cinzentos.<br>…<br>**Figura n = Figura (n - 1) + 3** |
| **[3.19 a 3.22]** | A quantidade de azulejos cinzentos é um valor múltiplo de 3, ou seja:<br>Figura 5 = 3 x 5 = 15 azulejos | Figura 9 = 3 x 9 = 27 azulejos cinzentos.<br>Figura 10 = 3 x 10 = 30 azulejos cinzentos.<br>… |

*Pesquisa* ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

| | | |
|---|---|---|
| **Promove uma reflexão envolvendo uma relação matemática e apresenta uma argumentação para validar uma generalização** | cinzentos.<br>Figura 6 = 3 x 6 = 18 azulejos cinzentos.<br>Figura 7 = 3 x 7 = 21 azulejos cinzentos.<br>Figura 8 = 3 x 8 = 24 azulejos cinzentos. | **Figura n = 3 x n = 3n azulejos cinzentos.** |
| **[3.43 a 3.57]**<br><br>**Reconhece as particularidades de um caso** | Supondo que uma figura qualquer:<br>Figura n = 66 azulejos no total<br>Figura (n - 1) = 63 azulejos no total<br>Figura (n - 2) = 60 azulejos no total<br>Porém, tem-se que considerar que:<br>Figura n = 66 - 2 = 64 azulejos no total. Desta forma, deve-se acrescentar os 2 azulejos brancos do total, ou seja:<br><br>**Figura n = 3 x n + 2** | Figura 13 = 39 + 2 = 41 azulejos no total<br>Figura 18 = 54 + 2 = 56 azulejos no total<br>Figura 19 = 57 + 2 = 59 azulejos no total<br>Figura 20 = 60 + 2 = 62 azulejos no total<br>Figura 21 = 63 + 2 = 65 azulejos no total<br>Figura 22 = 66 + 2 = 68 azulejos no total<br><br>Logo, a Figura 21 falta 1 azulejo para dar os 66 azulejos e a Figura 22 tem 2 a mais (68 azulejos). Sendo assim, pode-se concluir que não existe uma figura com 66 azulejos no total. |
| **[3.58 a 3.65]**<br><br>**Identifica a existência de padrões e regularidades** | Para construir a sequência numérica<br>$F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6, F_7, F_8, F_9, F_{10}$<br>$F_1 = 5$<br>$F_2 = 5 + 3 = 8$<br>$F_3 = 8 + 3 = 11$<br>$F_4 = 11 + 3 = 14$<br>$F_5 = 14 + 3 = 17$ | $F_6 = 17 + 3 = 20$<br>$F_7 = 20 + 3 = 23$<br>$F_8 = 23 + 3 = 26$<br>$F_9 = 26 + 3 = 29$<br>$F_{10} = 29 + 3 = 32$<br>Logo, a sequência numérica é a seguinte:<br>5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32) e o padrão é 3. |

**Fonte**: Os autores (2024).

No Quadro 4, são apresentadas generalizações que as professoras formularam durante a resolução da tarefa. Ao promover a elaboração de justificativas para demonstrar a validade ou não de uma conjectura ou generalização, elas utilizaram diferentes argumentações, que nos possibilitaram identificar a utilização de diferentes relações matemáticas que foram sistematizadas a partir dos diálogos. Ressalta-se que, em todos os trechos analisados, fica evidente a identificação de semelhanças entre os casos, assim como a aplicabilidade das generalizações em intervalos fora do domínio explorado. Desta forma, foi possível inferir compreensões que envolvessem a formulação de expressão algébrica que poderia auxiliar na resolução da tarefa.

 ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

Algumas dificuldades também foram identificadas como de que maneira compor os termos da sequência de azulejos ou então como criar uma sequência (Item e). Nesses aspectos, as professoras Paula, Eloyza, Carla e Ana ficaram indecisas em como estabelecer um padrão com relação aos termos e como associar esse padrão a uma linguagem Matemática.

As dificuldades apresentadas pelas professoras, em relação aos termos da sequência e modos de representá-las, foram sanadas a partir das intervenções e questionamentos realizados pelo formador e pelas interações discursivas entre os participantes (Ribeiro; Ponte, 2020). Logo, proporcionar processos formativos que busquem suprir as dificuldades dos professores é uma excelente maneira de proporcionar oportunidades de aprendizagens docentes (Ribeiro; Ponte, 2020), especialmente no que tange ao desenvolvimento do RM.

## 6 Considerações Finais

Levando-se em consideração a conjectura que elaboramos no início deste estudo, ou seja, que *a resolução e discussão de tarefas matemáticas resolvidas coletivamente por professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental possibilitam a mobilização dos processos de RM*, assim como os Entendimentos Essenciais de RM, verificamos que a interação entre os participantes do processo de formação continuada propiciou momentos significativos. Dessa forma, as professoras, além de ampliarem os conhecimentos exigidos pela resolução da tarefa, também apresentaram argumentações e justificativas que nos possibilitaram realizar inferências sobre aspectos que implicitamente estavam envolvidos no processo de resolução. Sendo assim, destacamos a elaboração de conjecturas e generalizações com base na utilização de expressões algébricas.

A partir do objetivo de investigar as compreensões evidenciadas pelas docentes em relação aos processos de conjecturar e generalizar delineado nesta pesquisa, e, com base na análise de resoluções de uma tarefa matemática, destaca-se que as professoras, em suas discussões, mobilizaram a elaboração de diferentes conjecturas e de generalizações. Na medida em que procuravam identificar uma relação matemática baseada na semelhança entre os casos (Jeannotte; Kieran, 2017), pensaram em diferentes formas de representação, analisando os domínios relevantes para cada situação (Lannin; Ellis; Eliott, 2011). As interações discursivas foram importantíssimas para ampliar os

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

potenciais das discussões, as ações e as práticas coletivas e para gerar oportunidades de aprendizagem docente (Ribeiro; Ponte, 2020) o que contribui para promover e estender diferentes conhecimentos sobre como desenvolver o RM.

Além de resolver a tarefa matemática coletivamente, as professoras tiveram a oportunidade de discutir e analisar a tarefa previamente. Esse tipo de estudo contribuiu para gerar compreensões dos processos e identificações das tarefas que tivessem potencial para o desenvolvimento do RM. Neste artigo, conseguimos definir relações matemáticas que as professoras utilizaram no decorrer da resolução.

Perante as análises, destacaram-se as compreensões a respeito do processo de conjecturar, quando as professoras reconheceram semelhanças entre os casos, realizaram afirmações e declarações e apresentaram justificativas que possibilitaram a validação ou a refutação de uma determinada conjectura. Em relação ao processo de generalizar, as professoras retrataram suas compreensões por meio do reconhecimento do domínio relevante, de particularidades e dos padrões e regularidades, além do reconhecimento das relações matemáticas. Com a reformulação da conjectura inicial, elaboraram afirmações para serem verificadas, argumentadas e reformuladas.

É importante que o professor compreenda como reconhecer os processos e que consiga envolvê-los em práticas que potencializem o RM em sala de aula (Brodie, 2010). Nesse contexto, a resolução e discussão de tarefas matemáticas se torna uma oportunidade para os professores aprenderem e refletirem quais são os tipos de tarefas que exigem um nível cognitivo elevado dos alunos.

Durante as discussões entre as professoras, foi possível identificar aspectos que auxiliaram na sistematização de relações matemáticas apresentadas nos Quadro 3 e Quadro 4, com potencial de auxiliar o professor na aplicação e discussão dos conhecimentos matemáticos que podem ser abordados a partir da resolução da tarefa realizada pelas professoras.

Por mais que esse estudo não tenha foco no papel e nas ações do formador, foi possível notar, perante as análises da postura desse profissional que foram importantes para mobilizar compreensões e pensamentos dos processos de conjecturar e generalizar nos professores participantes, isso pode ser notado nos momentos que o formador questiona e explica como o raciocínio pode ser ampliado e como os professores podem estender as resoluções da tarefa para outros domínios relevantes.

No entanto, este estudo apresenta potencial de continuidade, com direcionamentos para orientar a realização de outras pesquisas e análises envolvendo os processos de

 ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

investigar o porquê, de justificar ou de refutar. Além disso, o presente estudo evidencia a importância de ampliar discussões em processos formativos que contemplem oportunidades de aprendizagem docente voltadas para o desenvolvimento do RM e impulsionadas por ambientes colaborativos de formação continuada, que contam com a participação ativa do formador de professores.

## Referências


ANJOS, L. Q. **Contribuições de um processo formativo para professores dos anos iniciais visando a compreensão dos entendimentos essenciais de raciocínio matemático**. 2023. 129p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

ARAMAN, E. M. O.; SERRAZINA, M. L. Como cozer pãezinhos: processos de raciocínio matemático e ações do professor na discussão coletiva de uma tarefa exploratória no 3.º ano. ***VIDYA***, Santa Maria, v. 40, n. 2, p. 147–165, jul./dez. 2020. Disponível em: https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/3325. Acesso em: 12 fev. 2024.

ARAMAN, E. M. O.; TREVISAN, A. L.; PAULA, B. A. Raciocínio matemático apoiado por tarefas exploratórias e ações de professores. **ALEXANDRIA**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, v. 15, n.1, p. 357-375, maio. 2022. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/82926. Acesso em: 12 fev. 2024.

BICUDO, M. A. V. A lógica da pesquisa qualitativa e os modos de procedimentos nela fundados. **Revista Pesquisa Qualitativa**, São Paulo, v. 9, n. 22, p. 540–552, dez. 2021. Disponível em: https://editora.sepq.org.br/rpq/article/view/507 . Acesso em: 14 ago. 2024.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BRODIE, K. **Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms**. Nova Iorque: Springer Science & Business Media, 2010.

CAMACHO BEZERRA, R.; MORELLATTI, M. R. M. A formação continuada dos professores que ensinam matemática no contexto da lesson study: discutindo as aprendizagens. **Revista Pesquisa Qualitativa**, São Paulo, v. 11, n. 27, p. 338–360, maio/ago. 2023. Disponível em: https://editora.sepq.org.br/rpq/article/view/558. Acesso em: 14 ago. 2024.

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: CANAVARRO, A. P.; SANTOS, L.; BOAVIDA, A. M.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CARREIRA, S. (eds.). **Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática**: Práticas de ensino de Matemática. Castelo de Vide: EIEM, 2012. p. 255-265. Disponível em: https://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/1141/1/GD3_ensino%20exploratorio.pdf. Acesso em: 12 fev. 2024.

CYRINO, M. C. C. T.; GUIMARÃES, R. S.; OLIVEIRA, A. M. P. Pontos de enfoque de pesquisas brasileiras sobre a formação continuada de professores que ensinam matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 17, n. 1, p. 1-19, jan./dez. 2023.

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

FIORENTINI, D.; HONORATO, A. H. A.; PAULA, A. P. M. Experiências de aprendizagem docente na gestão colaborativa do ensino-aprendizagem de matemática baseado em tarefas exploratórias. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 16, n. 42, p. 1-30, ago. 2023. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/18404. Acesso em: 12 fev. 2024.

GROSS, G. F. S.; SOUZA, A. V. P.; TREVISAN, A. L.. Raciocínio matemático em documentos e orientações curriculares: o que a literatura destaca? **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 14, n. 1, p. 1–23, jan./mar. 2023. Disponível em: https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/rencima/article/view/3940. Acesso em: 12 fev. 2024.

JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Utrecht, v. 96, n. 1, p. 1-16, maio. 2017. Disponível em: https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-017-9761-8. Acesso em: 12 fev. 2024.

LANNIN, J.; ELLIS, A. B.; ELLIOT, R. **Developing essential understanding of mathematics reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 2011.

MARTINS, M.; PONTE, J. P.; MATA- PEREIRA, J. M. El desarrollo del conocimiento didáctico de los futuros profesores: el estudio de clase como proceso formativo integrado en formación inicial. **PNA**: Revista de investigación en didáctica de la matemática, Granada, v. 18, n. 2, p. 105-130, jan. 2024. Disponível em: https://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/27258. Acesso em: 12 fev. 2024.

MINAYO, M. C. de S. Ética das pesquisas qualitativas segundo suas características. **Revista Pesquisa Qualitativa**, São Paulo, v. 9, n. 22, p. 521–539, dez. 2021. Disponível em: https://editora.sepq.org.br/rpq/article/view/506. Acesso em: 14 ago. 2024.

MOSQUITO, E. M. L. **Práticas Lectivas dos Professores de Matemática do 3 º Ciclo do ensino básico**. 2008. 183p. Dissertação (Mestrado em Educação Especialidade de Didática da Matemática) – Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2008.

PITANGA, Â. F. Pesquisa qualitativa ou pesquisa quantitativa: refletindo sobre as decisões na seleção de determinada abordagem. **Revista Pesquisa Qualitativa**, São Paulo v. 8, n. 17, p. 184-201, ago. 2020. Disponível em: https://editora.sepq.org.br/rpq/article/view/299/201. Acesso em: 14 ago. 2024.

PONTE, J. P. Didácticas específicas e construção do conhecimento profissional. In: CONGRESSO DA SOCIEDADE PORTUGUESA DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO, 4., 1999, Porto. **Anais...** Porto: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 1999. p. 59-72.

PONTE, J. P.; GALVÃO, C.; TRIGO-SANTOS, F.; OLIVEIRA, H. O início da carreira profissional de professores de Matemática e Ciências. **Revista de Educação**, Lisboa, v. 10, n. 1, p. 31-46. 2001. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/handle/10451/4286. Acesso em: 12 fev. 2024.

PONTE, J. P.; MATA-PEREIRA, J.; HENRIQUES, A. O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. **Praxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 355-377, jul./dez. 2012. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?pid=S1809-43092012000200004&script=sci_abstract. Acesso em: 12 fev. 2024.

ISSN 2525-8222
DOI: http://dx.doi.org/10.33361/RPQ.2025.v.13.n.33.860

RIBEIRO, A. J; AGUIAR, M.; TREVISAN, A. L. Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades. **Quadrante**, Lisboa, v. 29, n. 1, p.52–73, jun. 2020. Disponível em: https://quadrante.apm.pt/article/view/23010. Acesso em: 12 fev. 2024.

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. M. Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. **Zetetiké**, Campinas, v.28, n.1, p. 1-20, jan. 2020. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8659072. Acesso em: 12 fev. 2024

RODRIGUES, R.; CYRINO, M.; OLIVEIRA, H. Comunicação no ensino exploratório: Visão profissional de futuros professores de Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 62, p. 967-989, dez. 2018.

STEIN, M. K.; ENGLE, R. A.; SMITH, M. S.; HUGHES, E. K. Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. **Mathematical thinking and learning**, Londres, v. 10, n. 4, p. 313-340, out. 2008. Disponível em: https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/10986060802229675?casa_token=LcL5uMBTApsAAAAA%3ARljugIqjGoLHumkr12zHBvQ5VRV1a3e5B9jij90Q2BPOduAnoj0N4zetyJMxvOwbv41BawRCYmqI2p. Acesso em: 12 fev. 2024.

TREVISAN, A. L.; NEGRINI, M. V.; FALCHI, B.; ARAMAN, E. M. O. Ações do professor para promoção do raciocínio matemático em aulas de cálculo diferencial e integral. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 49, n. e251659, p. 1-21, jun. 2023. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/pdf/ep/v49/1517-9702-ep-49-e251659.pdf. Acesso em: 12 fev. 2024.

**Recebido em**: 09 de julho de 2024.

**Aceito em**: 09 de setembro de 2024.