



A LÓGICA PURA E UMA CONSTITUIÇÃO FENOMENOLÓGICA DAS ESTRUTURAS ALGÉBRICAS: APOFÂNTICA, ONTOLOGIA E TEORIA DAS MULTIPLICIDADES EM EDMUND HUSSERL

PURE LOGIC AND A PHENOMENOLOGICAL CONSTITUTION OF ALGEBRAIC STRUCTURES: APOPHANTICS, ONTOLOGY, AND THEORY OF MANIFOLDS IN EDMUND HUSSERL

Juliano Cavalcante Bortolete¹

Resumo: Este artigo apresenta uma possibilidade de compreensão das estruturas algébricas a partir de estudos relacionados à Lógica pura e à Teoria das Multiplicidades de Edmund Husserl. Parte-se da refutação ao psicologismo e da consequente fundamentação da Lógica como ciência teórica, normativa e ideal. Em seguida, distingue-se a lógica apofântica e a ontologia formal como esferas correlatas da Lógica pura, responsáveis, respectivamente, pela estrutura dos juízos e pelas formas possíveis de objetividade. A Teoria das Multiplicidades é então introduzida como o desdobramento natural dessa articulação, fornecendo as bases para a constituição de domínios matemáticos ideais. A Teoria dos Grupos é analisada como um exemplo paradigmático de multiplicidade algébrica, evidenciando como leis formais e juízos predicativos constituem objetos ideais. Conclui-se que as estruturas algébricas, compreendidas fenomenologicamente, decorrem de uma racionalidade judicativa fundada na Lógica pura.

Palavras-chave: Fenomenologia; Lógica; Álgebra.

Abstract: This article presents a possible way of understanding algebraic structures based on studies related to Edmund Husserl's pure logic and theory of manifolds. It begins with the refutation of psychologism and the consequent grounding of logic as a theoretical, normative, and ideal science. Subsequently, apophantic logic and formal ontology are distinguished as correlative spheres of pure logic, responsible respectively for the structure of judgments and for the possible forms of objectivity. The theory of manifolds is then introduced as the natural unfolding of this articulation, providing the basis for the constitution of ideal mathematical domains. Group Theory is analyzed as a paradigmatic example of an algebraic manifold, showing how formal laws and predicative judgments constitute ideal objects. It is concluded that algebraic structures, phenomenologically understood, stem from a judicative rationality grounded in pure logic.

Keywords: Phenomenology; Logic; Algebra.

1 Introdução

Este artigo propõe uma leitura fenomenológica das estruturas algébricas à luz da Lógica pura de Edmund Husserl (1859-1938). A partir de estudos da obra do filósofo, com destaque para as *Investigações lógicas: prolegômenos à Lógica Pura* (1900; 2014), e para a *Lógica Formal e Lógica Transcendental* (1929; 1962), compreendemos que as

¹ Doutor em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro/SP. Professor no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP), câmpus Itaquaquecetuba, São Paulo, Brasil. E-mail: juliano.bortolete@ifsp.edu.br

estruturas algébricas se desvelam como idealidades fundadas na articulação entre a apofântica (ciência dos juízos) e a ontologia formal² (ciência das formas de objetividade). Para dar conta de explicitar essa compreensão, este artigo, além desta introdução e das considerações finais, está estruturado em três seções.

Na segunda seção, apresentamos a crítica de Husserl ao psicologismo e a defesa da Lógica como ciência normativa. Em seguida, na terceira seção, exploramos o papel da linguagem e do juízo na constituição dos sentidos ideais, enfatizando a intencionalidade e a estrutura dos atos judicativos. Na quarta seção, mostramos como a lógica apofântica e a ontologia formal se entrelaçam na construção da Teoria das Multiplicidades husserliana e como esta ilumina a natureza da Álgebra como uma área da Matemática munida de uma linguagem apta a expressar os objetos ideais.

2 A Lógica Pura como ciência normativa: entre idealidade, fundamentação e linguagem

A constituição da Lógica como ciência pura e normativa exige uma ruptura com as concepções psicologistas que a reduziram a uma coleção de leis empíricas do pensamento. Husserl (2012a), em suas investigações, defende que a Lógica se funda em leis ideais, válidas independentemente de qualquer fato psicológico ou experiência individual. Esta seção examina o sentido dessa fundamentação, abordando a crítica ao psicologismo, a distinção entre leis ideais e empíricas, e a necessidade de um retorno aos próprios atos de consciência como fonte da significação lógica. A análise culminará na compreensão da linguagem como meio de sedimentação dos sentidos ideais e na introdução dos juízos como formas privilegiadas de objetivação do pensamento.

Na obra *Prolegômenos à Lógica Pura* (2014), Husserl retoma questões acerca dos fundamentos das ciências em geral e da Matemática em particular e constata que a Lógica, apesar de ser considerada a base conceitual das ciências dedutivas, por não ter sido devidamente clarificada, não estava à altura dessa incumbência. O filósofo dirige suas críticas principalmente ao psicologismo, corrente que defendia o embasamento das leis lógicas em princípios psicológicos, que a entendia como “uma técnica dependente da

² A expressão *ontologia formal* ainda não aparece, de modo explícito, nas *Investigações Lógicas*, embora a ideia correspondente já esteja ali esboçada. Esse desenvolvimento conceitual será aprofundado em *Ideias I* (1913; 2006) e explicitado de modo mais sistemático em *Lógica Formal e Lógica Transcendental* (1929; 1962).

psicologia, pelo que fica automaticamente excluído que possua o caráter de uma disciplina formal e demonstrativa no sentido da aritmética” (Husserl, 2014, p. 06).

Nesse contexto, Husserl propõe uma superação da concepção tradicional da Matemática como ciência da quantidade, defendendo uma visão mais abrangente, na qual o aspecto essencial do matemático se encontra na forma, e não no conteúdo. A “possibilidade de universalizações e modificações da aritmética formal pelas quais, sem alteração essencial do seu caráter teórico e do seu método de cálculo, ela pode ser conduzida além do domínio quantitativo” (Husserl, 2014, p. XIII) levou o filósofo a reconhecer que tanto a estrutura teórica quanto os procedimentos operativos da Matemática permanecem válidos mesmo quando os números deixam de ser o objeto principal de investigação. Essa constatação o motivou a aprofundar a análise da relação entre os aspectos formais da Matemática e da Lógica, assim como a refletir sobre a “essência da *forma* do conhecimento, na sua diferença em relação à *matéria* do conhecimento e sobre o sentido da diferença entre (...) verdades e leis formais (puras), por um lado, e materiais, por outro” (Husserl, 2014, p. XVIII, grifos do autor). Com essa distinção entre forma e matéria, Husserl intensifica a já citada crítica ao psicologismo, ou seja, à concepção segundo a qual as leis da Lógica derivariam de processos psíquicos. O filósofo defende, assim, a autonomia e a universalidade das estruturas formais, fundadas em uma Lógica pura e independente das variações subjetivas de um estado psíquico individual.

A forma³ do conhecimento diz respeito à estrutura relacional que organiza os elementos de um domínio de maneira necessária, portanto, não contingente, enquanto a matéria refere-se ao conteúdo específico desses elementos, aos dados empíricos ou às intuições sensíveis. A forma é o que possibilita a uma ciência ser dedutiva, rigorosa e universal. Nesse sentido, a distinção entre “leis formais (puras)” e “leis materiais” torna-se crucial. Aquelas valem independentemente de qualquer facticidade, como as leis da Lógica, enquanto essas dizem respeito a regularidades do mundo, como as leis da Física ou da Biologia, que dependem da experiência. Essa distinção teria sido negligenciada pela corrente psicologista, cujo paradigma, na concepção de John Stuart Mill (1806-1873), é o de uma Lógica que deve “por inteiro os seus fundamentos teóricos à psicologia e

³ Neste contexto, o termo *forma* deve ser entendido não no sentido coloquial de ‘modo’ ou ‘maneira’, mas como estrutura relacional necessária e universal que permite a organização dos elementos do conhecimento de maneira lógica e dedutiva. Trata-se, portanto, de uma forma *lógica* ou *fenomenológica*, distinta da forma empírica ou sensível.

inclui em si tanto desta ciência quanto o necessário para fundamentar as regras da arte” (Mill, s.d., p. 461 *apud* Husserl, 2014, p. 39). Mill, não teria, assim, identificado o hiato entre o ideal e o real, o que o fez confundir a idealidade com a realidade. Husserl enfatiza essa indistinção ao dizer que

Os lógicos psicologistas ignoram as diferenças fundamentais e essenciais, definitivamente inultrapassáveis entre lei ideal e lei real, entre regulação normativa e regulação causal, entre necessidade lógica e necessidade real, entre fundamento lógico e fundamento real. Nenhuma gradação pensável pode introduzir mediações entre o ideal e o real (Husserl, 2014, p. 52).

Fundar, portanto, a Lógica em uma ciência empírica, como a Psicologia, resulta no relativismo da verdade, um contrassenso, já que a verdade lógica não se submete ao tempo nem à subjetividade de quem julga “[o] que é verdadeiro, é absolutamente verdadeiro, é ‘em si’ verdadeiro; a verdade é idêntica e só uma, sejam homens ou não, sejam anjos ou deuses que a apreendam no juízo” (Husserl, 2014, p. 88)⁴. Se as leis da Lógica exprimem verdades universais e necessárias, elas não podem, sem contradição, pressupor ou depender de fatos psíquicos contingentes, nenhuma lei “lógica implica uma ‘*matter of fact*’, ou tampouco a existência de representações ou juízos ou outros fenômenos psíquicos” (Husserl, 2014, p. 53, grifos do autor). Assim, não se pode confundir o juízo, como ato psíquico, com o conteúdo ideal do juízo: este é objeto da Lógica pura; aquele, da Psicologia. O psicologismo inverte essa relação e tenta derivar o ideal do real, o necessário do contingente, o normativo do meramente factual.

Essa distinção entre leis ideais e leis reais, fundamento e causalidade, estrutura normativa e processo fático, é o que permite a Husserl estabelecer a Lógica como ciência normativa, cuja função é fornecer o alicerce das ciências em geral. Em seu projeto de uma *Lógica Pura*, o filósofo argumenta que toda ciência visa ao saber, e que este não se reduz a meras crenças subjetivas ou a um conjunto de realizações psíquicas. O conhecimento verdadeiro, para ser genuinamente científico, deve ser fundado na evidência, não basta crer ou opinar, é preciso “a certeza luminosa de que *é*, o que reconhecemos, ou de que *não é*, o que rejeitamos; uma certeza que (...) temos de distinguir, de maneira que nos é familiar, da convicção cega, ou do opinar vago, por mais firme e decidido que seja.” (Husserl, 2014, p. 09, grifos do autor). A ciência organiza sistematicamente, por meio de fundamentações racionais os juízos corretos. Essa exigência sistemática é essencial à definição de ciência:

⁴ Tomamos aqui o sentido de verdade expresso por Husserl (2014) como algo que “[se] eleva acima de toda temporalidade, i.e., não tem qualquer sentido atribuir-lhe ser temporal, geração ou corrupção” (Husserl, 2014, p. 58). Essa acepção de verdade é inerente às “leis formais puras” (Husserl, 2014, p. 5).

Pertence, assim, à essência da ciência a unidade da conexão de fundamentação, na qual recebem unidade sistemática, juntamente com os conhecimentos isolados, também as próprias fundamentações e, com estas, igualmente os complexos superiores de fundamentações a que chamamos teorias (Husserl, 2014, p. 11).

Não é suficiente, portanto, que existam múltiplos conhecimentos verdadeiros; é necessário que eles se articulem segundo leis ideais de fundamentação. Essas leis que regem os encadeamentos de juízos formam o objeto da Lógica pura, compreendida por Husserl como uma doutrina da ciência. Se toda ciência opera por fundamentações, utiliza procedimentos metódicos e recorre a estratégias para transformar proposições obscuras em proposições evidentes, então é possível, e necessário, haver uma ciência que reflita sobre esses procedimentos. Essa é a tarefa da Lógica: analisar criticamente e formalizar os métodos que tornam o conhecimento possível e confiável. Sua função é justamente fornecer as normas que orientam a construção de sistemas científicos, distinguindo as formas legítimas de fundamentação daquelas que não conduzem à verdade. Nessas formas legítimas, a passagem de uma proposição a outra se dá segundo leis lógicas, não são, portanto, “o arbítrio e o acaso que reinam nas conexões de fundamentação, mas a razão e a ordem, e isto significa: uma lei reguladora” (Husserl, 2014, p. 13). Tal lei é uma construção ideal, independente dos conteúdos particulares dos enunciados e rege qualquer domínio onde se realiza a atividade científica. Isso mostra que a validade de uma proposição não pode ser explicada pelo modo como os sujeitos *de fato* pensam, mas pelo modo como *devem* pensar, se quiserem se pautar na verdade lógica.

Contudo, a simples existência de fundamentações não é suficiente para a constituição de uma ciência, ou seja, não basta que certos juízos se tornem evidentes por meio de outros. Se essas fundamentações fossem meramente casuais, sem forma nem lei, se não houvesse regularidade, então não haveria ciência possível, ou seja, se as fundamentações

não tivessem forma nem lei, sem a verdade fundamental de que em todas as fundamentações reside uma certa “forma”, que não é específica da inferência (simples, ou por mais complexa que seja) presente *hic et nunc*, mas típica de toda uma classe de inferências, sendo a correção das inferências de toda esta classe garantida precisamente pela sua forma, mas se se desse em tudo isto antes o contrário, então não haveria ciência (Husserl, 2014, p. 14, grifos do autor).

A consequência de uma hipotética inexistência dessa estrutura formal seria a impossibilidade da construção de qualquer ciência, uma vez que o progresso do conhecimento se tornaria aleatório. Não haveria método, nem possibilidade de aprendizado a partir de proposições anteriormente clarificadas e o “mais inteligente não

se distinguiria aqui do mais obtuso, e é de questionar se, em geral, ainda se distinguiriam em algo de essencial” (Husserl, 2014, p. 15). A Lógica é, portanto, condição da possibilidade de toda ciência, na medida em que fornece os modelos formais para a justificação dos juízos, seus elos asseguram uma transição entre o conhecido e o desconhecido. Ela confere à ciência a propriedade de ser o meio para conquistar o “domínio da verdade (...) [que] não é um caos desorganizado, nele impera a unidade da lei; e assim, também a pesquisa e a exposição da verdade têm de ser sistemáticas” (Husserl, 2014, p. 11). A sistematização atua, portanto, como uma escada para, a partir dos juízos devidamente clarificados, alcançar as regiões mais elevadas do domínio da verdade.

A forma regular das fundamentações permite, ainda, que o pensador reconheça padrões, estruturas e tipos de inferência que se repetem e são comuns a todas as ciências. Isso explica, por exemplo, por que o matemático experiente consegue encontrar demonstrações com mais facilidade: “[p]orque nele os tipos de demonstrações se gravaram sempre mais profundamente por meio da experiência repetida e variada, sendo, por isso, muito mais facilmente eficazes e determinantes na direção do pensamento” (Husserl, 2014, p. 15), ele aprendeu, com o exercício, a identificar uma estrutura formal da demonstração. Esse processo mostra que a forma é uma estrutura objetiva do saber, e não uma contingência subjetiva. Mesmo quando o conteúdo muda, Matemática, Física, Filologia, as formas de inferência são reconhecíveis, o que permite o surgimento de um “tato” científico próprio de cada disciplina, como o “olho matemático” ou o “olho filológico”, falamos, assim, “de um olho e de um tato filológico, matemático etc. E quem os possui? O filólogo, o matemático etc., educados pelo exercício de muitos anos” (Husserl, 2014, p. 16). Esses hábitos intelectuais se formam pela prática com as estruturas típicas do domínio, que se tornam intuitivamente acessíveis e se baseiam sempre em formas regulares e repetíveis de fundamentação.

Os psicologistas, segundo Husserl, se equivocam ao interpretarem as proposições logicamente válidas como descrições psicológicas de atos de pensamento. Por exemplo, o princípio da não contradição, aquele que propõe que na atividade de pensar, a afirmação e negação se excluem, não deve ser entendido como resultado de uma incapacidade humana de abarcar, em uma só proposição a afirmação A e sua negação, $\sim A$. Trata-se, antes, de uma “lei lógica, de modo nenhum [de] uma proposição psicológica. Ela diz que nenhum julgar seria correto no qual o mesmo estado de coisas fosse simultaneamente afirmado e negado” (Husserl, 2014, p. 66). A crítica se dirige, portando, às formulações

psicologistas que tentam derivar este princípio de impossibilidades subjetivas de pensamento, de um fato psíquico, contingente, quando na verdade é um princípio ideal. É essa distinção entre o ideal e o real que o psicologismo ignora, incorrendo num erro fundamental que compromete a própria validade das leis lógicas.

Se a Lógica pura se funda sobre leis formais que estruturam toda ciência possível, é necessário agora voltar a atenção para o elemento fundamental em que essas leis se manifestam: o juízo. Toda proposição lógica, enquanto expressão de uma verdade ou falsidade possível, é sempre um juízo, isto é, um ato apofântico em que algo é afirmado ou negado a respeito de um objeto. Conforme afirma Husserl, “[n]o saber atual, ao qual nos vemos em última instância remetidos, possuímo-la [a verdade] como objeto de um juízo correto” (Husserl, 2014, p. 09), o que evidencia que a Lógica não pode prescindir da análise rigorosa do juízo como portador do sentido e da validade de toda proposição. A passagem da evidência sensível à certeza racional exige que compreendamos como se constitui o juízo enquanto portador de significação objetiva. Assim, o estudo dos juízos nos conduz à esfera apofântica da Lógica, isto é, à dimensão em que se dão as afirmações e negações dotadas de sentido e submetidas às leis formais da validade, campo que a Lógica pura deve esclarecer a partir de sua autonomia em relação à psicologia. Essa temática será tratada nas próximas seções deste artigo.

3 Considerações acerca da linguagem na formação dos juízos

A Lógica, enquanto disciplina normativa e teórica, não pode se desvincular da investigação rigorosa dos modos pelos quais o pensamento se articula por meio da linguagem e se expressa em juízos, já que é a linguagem que torna possível a exposição do pensamento, os “pensamentos expressados” (Husserl, 1962, p. 22, tradução nossa)⁵. Assim, se por um lado a superação do psicologismo e a defesa de uma Lógica pura não se esgotam na crítica à confusão entre leis ideais e leis empíricas; por outro, elas se aprofundam na compreensão da Lógica como fundamento das ciências e na análise rigorosa das estruturas do pensamento, do juízo e da linguagem. Essa tarefa crítica exige uma sistematização formal da Lógica, uma análise das proposições por ela formuladas e uma investigação fenomenológica que esclareça a formação dessas proposições por meio dos atos intencionais do sujeito que predica, a fim de se obter uma “clareza e distinção”

⁵ pensamientos expresados.

das proposições lógicas” (Husserl, 2012a, p. 5). Tal investigação está no cerne do projeto das *Investigações Lógicas*.

Segundo Husserl, “os objetos para cuja inquirição a Lógica pura está voltada são, desde logo, dados sob vestes gramaticais” (Husserl, 2012a, p. 3), portanto, inseparáveis das vivências que correspondem a certas expressões linguísticas. A linguagem se revela, nesse contexto, como veículo para a expressão do pensamento, para que seja possível compreender os

pensamentos pensados no pensar (...) [isto porque, como] formações do espírito, admitem uma corporalização física; neste caso, mediante os signos sensíveis da linguagem; adquirem uma existência espacial secundária (a que corresponde à expressão oral ou escrita) (Husserl, 1962, p. 163, tradução nossa)⁶.

Não queremos dizer com isso que o pensamento se encerra na linguagem, tampouco que ele se restringe à sua forma de expressão, uma vez que “o homem não ‘expressa’ verdadeiramente na linguagem toda a sua vida anímica, nem a pode expressar” (Husserl, 1962, p. 25, tradução nossa)⁷. Contudo, não se pode negar que discussões “sobre a linguagem pertencem aos preparativos filosoficamente indispensáveis para a edificação da Lógica pura, porque só com a sua ajuda se poderá fazer sobressair, numa clareza inequívoca, os *objetos* próprios da investigação lógica” (Husserl, 2012a, p. 1, grifo do autor). Mesmo na vida solitária da alma “[a]s *expressões* (...) desempenham a sua função significativa” (Husserl, 2012a, p. 20), o que mostra que os signos linguísticos são essenciais para a comunicação e para a própria constituição e clarificação da Lógica. Por esse motivo, Husserl (2012a) insiste, já na introdução de suas *Investigações Lógicas*, que é necessário esclarecer os modos de constituição do juízo e da significação antes mesmo de se proceder ao tratamento sistemático das leis formais da Lógica. Isso exige uma investigação fenomenológica das vivências envolvidas nos atos judicativos e da estrutura intencional dos significados que eles carregam.

A presença da linguagem é central nessa investigação já que é por meio dela que os sentidos lógicos se sedimentam e se tornam acessíveis. Como observa Husserl, “os juízos que pertencem à esfera intelectual superior, particularmente à da ciência, mal se poderiam efetuar sem expressão linguística” (Husserl, 2012a, p. 3). No entanto, essa análise não pode permanecer no plano das palavras. O autor enfatiza a necessidade de

⁶ pensamientos pensados em el pensar (...) [eso es porque como] formaciones del espíritu, admiten una corporalización física; en este caso mediante los signos sensibles del lenguaje adquieren a sí una existencia espacial secundaria (la que corresponde a la expresión oral o escrita).

⁷ El hombre no 'expresa' verdaderamente en el lenguaje toda su vida anímica, ni puede expresarla.

superarmos o mero entendimento simbólico das palavras: “não queremos, em absoluto, contentar-nos com ‘simples palavras’, ou seja, com uma compreensão verbal meramente simbólica (...). Queremos retornar às próprias coisas” (Husserl, 2012a, p. 5). Pretende, o filósofo, assim, reconduzir as significações às suas fontes intuitivas e garantir sua unidade ideal por meio de uma constante verificação fenomenológica. A unidade ideal da significação consiste em mantê-las “firmemente, na sua identidade inamovível, (...) através da sua repetida mensuração pela intuição reprodutível” (Husserl, 2012a, p. 5), ou seja, pela realização intuitiva da abstração. Somente assim é possível garantir a clareza e distinção dos conceitos fundamentais da Lógica.

Esse retorno “às próprias coisas” exigido por Husserl implica uma mudança fundamental de atitude: trata-se de desviar o olhar que se fixava apenas nos signos, palavras ou convenções linguísticas, direcionando-o para os atos intencionais que conferem sentido a essas expressões. Em outras palavras, é necessário voltar-se para a vivência mesma em que o significado é dado e essa tarefa só se torna possível porque, como afirma o filósofo, “ser consciência de algo [...] [significa], trazer em si, enquanto cogito, o seu próprio cogitatum” (Husserl, 2019, p. 62). Ou seja, cada ato de consciência (*cogito*) implica uma referência a algo que nele é visado (*cogitatum*), mesmo que esse objeto não exista empiricamente, mesmo que seja uma fantasia do sujeito. Assim, a consciência, por sua estrutura intencional, é sempre consciência de algo; e é nesse “estar voltada para” que se dá a constituição do sentido. Quando, por exemplo, afirmamos que “ $2 + 2 = 4$ ”, não nos limitamos a enunciar uma proposição, estamos realizando um juízo, um ato intencional no qual o conteúdo aritmético é visado como verdadeiro. Investigar esse ato, para a Fenomenologia, significa descrevê-lo em sua generalidade essencial: trata-se de captar a forma como ele se constitui como um juízo de validade, como se apresenta à consciência com evidência e como pode ser repetido e reconhecido como o mesmo em outras situações. Ao voltar-se para tais atos, a Fenomenologia não busca suas causas empíricas, mas as condições que tornam possível sua identidade enquanto juízo lógico. Isso é o que permite, como diz Husserl (2012a), manter as significações firmemente, na sua identidade, através da sua repetida mensuração pela intuição reprodutível. A clareza conceitual e a validade dos juízos lógicos, portanto, não dependem da observação empírica, mas da análise reflexiva dos atos nos quais esses juízos são intuídos, formulados e reconhecidos como válidos.

Diante desses conceitos centrais e da complexidade envolvida na constituição do sentido lógico nos atos da consciência, parece oportuno esclarecer alguns elementos

fundamentais dessa análise. Para isso, retomaremos o enunciado aritmético “ $2 + 2 = 4$ ” e procuraremos responder à seguinte pergunta: *como é possível para a consciência significar “ $2 + 2$ ”, significar “4” e afirmar a identidade entre ambos de modo evidente?* A resposta a essa questão nos permitirá explicitar os atos intencionais que operam na constituição do juízo lógico, iluminando, com isso, o modo fenomenológico de compreender o pensamento matemático.

A análise fenomenológica de proposições, como “ $2 + 2 = 4$ ”, requer que se vá além da mera consideração simbólica da linguagem. É necessário retornar, como propõe Husserl, às próprias coisas, ou seja, aos atos intencionais nos quais tais significações são efetivamente visadas e evidenciadas. Ao afirmarmos que “ $2 + 2 = 4$ ”, não estamos apenas manipulando símbolos, mas realizando uma série articulada de atos de consciência. Primeiramente, há um ato de significação, no qual o conteúdo de “ $2 + 2$ ” é visado como uma operação aritmética e “4” como um resultado. Em seguida, é realizado um ato judicativo, no qual é estabelecido uma relação de identidade entre os dois conteúdos, constituindo o juízo “ $2 + 2 = 4$ ”. Esse juízo pode então ser acompanhado por um ato de evidência, quando a equivalência entre “ $2 + 2$ ” e “4” se torna diretamente intuída como válida, em uma apreensão intelectual imediata⁸. Tal evidência é o que garante a validade do juízo, preenchendo o ato de significar com uma intuição que o torna claro, distinto e confere a ele a propriedade de ser duradouro, ideal, que não se altera a cada nova realização desta mesma operação, “ $2+2$ ”. No sentido lógico ideal, um juízo que constitui um objeto é único, isto é, “[a] significação da proposição não se multiplica com o número de pessoas e de atos” (Husserl, 2012a, p. 83). Assim, ao dizer que dois mais dois é igual a 4, “vejo intelectualmente que aquilo a que viso na frase mencionada (...) é idêntico àquilo que é, pense eu ou não, exista eu ou não, e, em geral, haja ou não pessoas pensantes e atos de pensamento” (Husserl, 2012a, p. 83, grifo do autor). O sentido da idealidade aqui exposta leva ao entendimento de que os atos não são analisados como ocorrências empíricas, mas como formas intencionais puras, descritíveis em sua generalidade ideal.

À luz do que foi exposto, torna-se possível compreender que o juízo “ $2 + 2 = 4$ ” não é um juízo empírico, mas um juízo ideal. A validade desse enunciado não depende da observação de casos particulares ou de experiências factuais, mas de uma estrutura de

⁸ A evidência do enunciado “ $2 + 2 = 4$ ”, no domínio dos números naturais, pode ser intuída pela apreensão da cardinalidade: a reunião de dois conjuntos de dois elementos resulta em um conjunto de quatro elementos. Essa evidência, acessível a qualquer consciência que realize os mesmos atos, é independente de qualquer subjetividade particular, e por isso manifesta o caráter ideal do juízo.

sentido que pode ser intuída em sua generalidade essencial. Quando um sujeito realiza os atos de significar “2”, significar “+”, significar “4”, e afirmar a identidade entre os dois lados da igualdade, ele não apenas manipula ou opera sobre os signos, ele realiza um ato judicativo em que a identidade do conteúdo se manifesta com evidência. Isso caracteriza a universalidade e a objetividade do juízo lógico: ele vale para qualquer consciência possível. Portanto, voltar às coisas mesmas, é tomar tais atos como objetos da descrição fenomenológica, analisando sua estrutura ideal e sua função na constituição do sentido lógico. Por meio dessa descrição, busca-se abstrair o que é fundamental nesses atos, tal como ela se manifesta na vivência intuída.

Na superação da concepção psicologista da Lógica é preciso, portanto, abandonar o modo natural de tratar os objetos como dados exteriores e voltar-se para os próprios atos nos quais esses objetos são visados. Essa atitude é contraintuitiva, pois se opõe aos hábitos mais enraizados de nossa experiência, e por isso mesmo estamos sujeitos à recaídas na atitude natural e nas confusões psicologistas, ou seja, há “uma inclinação quase inextirpável para recair sempre de novo da atitude fenomenológica de pensamento na atitude simplesmente objetiva” (Husserl, 2012a, p. 8), confundindo o que era dito do objeto com o que se deveria dizer do próprio ato. Por fim, Husserl (2012a) observa que é justamente a falta de clareza sobre os conceitos fundamentais da Lógica, obscurecidos por equívocos e por interpretações psicologistas, que explica a estagnação da Lógica pura e da teoria do conhecimento. Daí a urgência da Fenomenologia, uma vez que somente ela pode oferecer “todos os pressupostos para uma fixação definitivamente satisfatória do conjunto das distinções fundamentais e das evidências puramente lógicas” (Husserl, 2012a, p. 8). Deste modo, Husserl fornece as bases para uma reconstrução radical da Lógica, purificada da Psicologia e compreendida como ciência das formas ideais do juízo, da significação e da verdade, independente dos condicionamentos empíricos da subjetividade.

Essa exigência de reconduzir a Lógica à sua pureza ideal abre naturalmente o caminho para um aprofundamento da análise do juízo enquanto forma em que o sentido lógico se objetiva. É na investigação da esfera apofântica, a esfera das proposições, e da esfera ontológica, onde se delineia o conteúdo objetivo dos juízos, que se articula com maior clareza a tríade essencial entre linguagem, significado e verdade. O juízo é o lugar em que o pensamento lógico se objetiva, a instância onde a linguagem expressa um conteúdo ideal que pode ser verdadeiro ou falso. Husserl, ao analisar sua constituição, propõe uma diferenciação fundamental entre os termos *expressão* e *signo*, muitas vezes

tratados, erroneamente, como sinônimos. Para o autor, todo “signo é signo de qualquer coisa, mas nem todo signo tem uma ‘significação’, um ‘sentido’, que seja ‘expresso’ com o signo” (Husserl, 2012a, p. 21, grifos do autor). O que caracteriza propriamente a *expressão* é sua função significativa, mesmo na ausência de comunicação, como ocorre na vida anímica solitária, onde as expressões deixam de operar como meros sinais indicativos. Nessa solidão da alma, a expressão não aponta para algo exterior de modo causal, mas conserva um sentido próprio, imanente ao ato de significar, o que evidencia que o significado lógico se sustenta por si mesmo, independente de qualquer função comunicativa.

Esse esclarecimento é importante para a compreensão do juízo como um ato no qual se constitui uma significação proposicional. Os juízos são *expressões* plenas de sentido e só podem sê-lo se estiverem fundados em atos de significação intencionais, e não meramente em sinais que indicam algo de modo causal ou habitual. A indicação ocorre, por exemplo, quando alguns “*objetos* ou *estados-de-coisas*, de cuja existência alguém tem um conhecimento *atual*, lhe indicarem *a existência de certos outros objetos ou estados-de-coisas*” (Husserl, 2012a, p. 22, grifos do autor), neste sentido, o signo como uma indicação é uma motivação empírica, baseada em associação e hábito, não em evidência lógica. Por exemplo, ao ver uma bandeira com fundo verde, um losango amarelo no centro e nele inscrito um círculo pintado de azul, contendo os dizeres *Ordem e Progresso*, compreendo que este símbolo é a bandeira do Brasil, essa bandeira sinaliza uma nação, mas esta sinalização não decorre de uma necessidade lógica, a bandeira poderia ser outra, ela é o que é por fatos circunstâncias. O juízo de que a Lógica se ocupa é aquele que supõe uma relação entre proposições fundamentadas não em hábito ou associação, mas na necessidade lógica.

É, portanto, nessa articulação entre expressão significativa, intencionalidade proposicional e evidência, que se constitui o juízo como objeto da Lógica pura. A linguagem participa da estrutura do juízo não como seu fundamento, mas como meio necessário de sua objetivação. O pensamento se manifesta linguisticamente sob a forma de proposições, cuja significação, porém, não pode ser reduzida à função comunicativa ou indicativa dos sinais. Na Álgebra, por exemplo, lidamos com signos que, apesar de serem convencionais, possuem significações determinadas por regras e leis ideais. Tomemos como exemplo a proposição algébrica:

$$\text{se } x^2 - 2x + 1 = 0, \text{ então } x = 1.$$

Essa proposição tem, como conteúdo expressivo, um *sentido ideal*, ou seja, uma significação válida independentemente do sujeito que a enuncia ou da ocasião de sua apresentação. Os símbolos, x , 0, 1, 2, $-$, $+$, $=$ são *signos* que, no contexto de validade da Álgebra, funcionam como *expressões*, significações que permitem a construção de proposições encadeadas por necessidades lógicas, e não empíricas; ou seja, permitem a construção de relações ideais. A equação em análise, para além da igualdade, indica uma identidade entre seus dois membros; ela significa um conteúdo proposicional que pode ser verdadeiro ou falso, e pode ser verificado por meio de uma sequência de implicações lógicas. Esse sentido não se reduz à equação enquanto figura escrita ou ao seu uso como “índice” de que alguém está resolvendo um problema; trata-se de uma unidade de sentido. Isso quer dizer que a validade de um juízo como “se $x^2 - 2x + 1 = 0$, então $x = 1$ ” não depende da repetição empírica de situações nas quais essa implicação é verificada, mas da evidência com que reconhecemos que a estrutura formal da equação implica, pela fatoração, a igualdade $(x - 1)^2 = 0$ e, portanto, $x = 1$. Nesse contexto, a validade da proposição $\forall x \in \mathbb{R}, (x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$, não está pautada em fatos contingentes, em meros hábitos ou associações, mas é garantida por uma conexão ideal. Em termos fenomenológicos, uma expressão é um signo cujo conteúdo é animado por um ato intencional de significação. Esse esclarecimento permite compreender como, no âmbito da Álgebra, os juízos não derivam de associações ou hábitos psicológicos, mas da apreensão ideal de formas válidas. A Álgebra, nesse sentido, é um campo privilegiado para a realização de juízos puros, cuja validez repousa sobre a idealidade das leis que os governam. A linguagem algébrica produz expressões linguísticas que solicitam, por um lado, interpretação significativa (no plano da significação simbólica) e, por outro, validação judicativa.

A partir destas análises, compreendemos que a constituição do juízo é realizada em um ato intencional no qual se objetiva um conteúdo ideal de significação, cuja validade lógica é garantida não por sua ocorrência empírica, mas pela evidência que o acompanha. A linguagem algébrica, nesse contexto, mostra-se como um campo de expressões significativas em que os juízos se articulam sob leis formais, independentemente de conteúdos sensíveis ou associações psicológicas. Isso nos conduz naturalmente à necessidade de investigar os fundamentos lógicos que sustentam essas estruturas ideais: a lógica apofântica, responsável pela análise das formas judicativas, e a ontologia formal, encarregada da constituição das objetividades. É a partir da articulação entre essas duas esferas, a apofântica e a ontológica, que podemos compreender

plenamente a Lógica pura como ciência normativa e sistemática e, assim, elucidar a formação das estruturas algébricas como domínios definidos pelas formas dos enlaces que regem a constituição dos objetos ideais. Na próxima seção, analisaremos como essa articulação se realiza e de que modo ela permite compreender as estruturas algébricas a partir da Teoria das Multiplicidades.

4 A Lógica pura enquanto apofântica e ontológica, a teoria das multiplicidades e a constituição das estruturas algébricas⁹

Para a constituição dos objetos ideais da Álgebra, conforme compreendemos, é necessário distinguir entre dois conceitos basilares da Lógica pura: a apofântica formal e a ontologia formal. A primeira diz respeito à estrutura dos juízos enquanto unidades de sentido dotadas de valor lógico; a segunda, à constituição das formas de objetividade que podem ser tematizadas nesses juízos. Conforme Husserl (1962), a Lógica apofântica é a doutrina das proposições, da estrutura dos juízos como enunciados predicativos e tem “por conceito supremo que determina sua esfera o conceito de *juízo*” (Husserl, 1962, p. 65, grifo do autor e tradução nossa)¹⁰. A ontologia formal, por sua vez, trata das formas puras de objetividades que podem ser constituídas por meio desses juízos, trata-se de “uma ciência *a priori* de objetos em geral, isso significa simplesmente: ciência *a priori* de objetos possíveis considerados puramente como tais. (Husserl, 1962, p. 149, grifos do autor e tradução nossa)¹¹. Essas esferas se constituem mutuamente, uma vez que o juízo apofântico só é possível na medida em que há um campo ontológico de objetos formalmente determináveis, e a objetividade formal só é tematizável por meio de juízos que a exprimem.

Esse entrelaçamento entre a forma do juízo e a forma do objeto torna possível a constituição de domínios ideais como os da Matemática. Por exemplo, ao proferirmos o juízo *o conjunto dos automorfismos de um grupo forma um grupo*, estamos mobilizando uma estrutura apofântica que só é válida porque há uma estrutura ontológica formal que define o que é um grupo: leis de composição, identidade, inverso e associatividade. É nesse horizonte que surge a Teoria das Multiplicidades como uma realização plena da

⁹ Parte desta seção, bem como os exemplos nela apresentados, foi originalmente desenvolvida na tese de doutorado do autor (Bortolote, 2024) e é aqui retomada, reelaborada e aprofundada à luz da articulação entre a Lógica pura, a Teoria das Multiplicidades e a constituição fenomenológica das estruturas algébricas.

¹⁰ por concepto supremo que determina su esfera, el concepto de juicio.

¹¹ una ciencia a priori de los objetos en general, ésta significa sin más: ciencia a priori de los objetos posibles considerados puramente en cuanto tales.

articulação entre essas duas esferas. Husserl a define como uma “ampliação da doutrina algébrica dos números e das grandezas até uma ‘análise’, ‘doutrina das multiplicidades’”, fundada num “pensar algébrico supremo” (Husserl, 2012, p. 35). Trata-se de uma Lógica formal generalizada que visa “as *figuras de sentido* do ‘*algo em geral*’ construível num puro pensar” (Husserl, 2012, p. 35, grifos do autor), e que configura, por isso, os domínios possíveis do conhecimento ideal. Na Teoria das Multiplicidades, os objetos “são determinados unicamente por certos enlaces, que estão submetidos a certas leis fundamentais” (Husserl, 2014, p. 186), e não por seus conteúdos materiais. Sua forma é definida exclusivamente pela articulação ideal entre leis e operações possíveis, o que permite a constituição de domínios teóricos axiomáticamente estruturados.

Essa abordagem, segundo nosso entendimento, pode contribuir para a compreensão das estruturas algébricas, que são definidas axiomáticamente e versam sobre conjuntos munidos de operações regidas por uma determinada axiomática, ou seja, possuem as mesmas características das multiplicidades husserliana. Um grupo, por exemplo, não é definido pelos elementos que o compõem, mas pelas leis que regem as operações entre esses elementos. Como afirma Husserl, o símbolo “+” não é necessariamente o sinal da adição aritmética, mas “uma conexão em geral, para a qual são válidas leis da forma ‘ $a + b = b + a$ ’ etc.” (Husserl, 1962, p. 94). Isso significa que o conteúdo material dos elementos é irrelevante; o que importa é a estrutura formal dos enlaces que os relacionam. Um espaço vetorial, por exemplo, pode ser composto de polinômios, vetores geométricos ou funções contínuas, desde que satisfaça às leis de adição e multiplicação escalar definidas axiomáticamente. Tais leis são instâncias judicativas que se referem não a objetos particulares, mas a formas de ligação entre elementos que são regidos pela axiomática que define um espaço vetorial.

Portanto, as estruturas algébricas constituem um caso específico de multiplicidade definida: um domínio formal de validade interna, no qual “um número finito de conceitos e proposições, a serem extraídos respectivamente da essência de cada domínio, determina completa e unicamente o conjunto de todas as configurações possíveis do domínio no modo da necessidade analítica pura” (Husserl, 2006, p. 157). As estruturas, enquanto objetos ideais, são constituídos com base em leis internas, ou seja, em leis que a apofântica formal explicita em juízos e que a ontologia formal sistematiza como formas de objetividade. Nesse sentido, a Álgebra não apenas segue os preceitos da Lógica pura, mas também concretiza sua dupla esfera, oferecendo um campo em que a racionalidade apofântica e a formalidade ontológica se articulam na construção de domínios ideais. O

juízo algébrico é, ao mesmo tempo, forma de expressão e forma de constituição de objetos ideais, uma vez que institui relações entre formas definidas exclusivamente por leis axiomáticas.

A compreensão da Álgebra como um domínio de idealidades formalmente constituídas nos permite agora observar, a partir de um exemplo, como a articulação entre lógica apofântica, ontologia formal e a Teoria das Multiplicidades opera efetivamente na constituição de uma estrutura algébrica específica. A Teoria dos Grupos, como veremos a seguir, exemplifica esse entrelaçamento: nela, as formas de juízo (apofântica), as condições formais de objetividade (ontologia) e os sistemas de leis que regem objetos em geral (multiplicidade) se conjugam na constituição de um domínio algébrico. Ao analisarmos essa teoria, poderemos mostrar como sua estrutura lógica expressa, com precisão, os fundamentos fenomenológicos que sustentam a noção de objeto algébrico como uma totalidade ideal formalmente determinada. Tratar-se-á, portanto, de alcançar uma clareza, “uma visão intelectual sobre os modos de conhecimento que entram em jogo com a consumação e as aplicações idealmente possíveis destas proposições” (Husserl, 2012a, p. 1), que no caso presente, são as proposições que elucidam a noção de grupo. Para tanto, partiremos da análise da definição de grupos, extraída de Gonçalves (2009, p. 119):

“Definição (1): Seja G um conjunto não vazio onde está definida uma operação entre pares de G , denotada por

$$*: G \times G \rightarrow G$$

$$(x, y) \rightarrow x * y.$$

Dizemos que o par $(G, *)$ é um grupo se são válidas as seguintes propriedades:

$$G_1. a * (b * c) = (a * b) * c, \forall a, b, c \in G$$

$$G_2. \exists e \in G \text{ tal que } a * e = e * a, \forall a \in G$$

$$G_3. \forall a \in G, \exists b \in G \text{ tal que } a * b = b * a = e.”$$

A propriedade G_1 é a associatividade da operação $*$. O elemento e em G_2 é o único elemento neutro da operação $*$. Já o elemento b em G_3 é o inverso de a relativo a essa operação.

Assim definido, o objeto do pensar aqui denominado grupo é concebido como uma “generalidade indeterminada” (Husserl, 1962, p. 98, tradução nossa)¹² e compreende “a ideia da forma de uma esfera infinita de objetos que tem a unidade de uma definição

¹² generalidad indeterminada.

teórica” (Husserl, 1962, p. 99, grifos do autor e tradução nossa)¹³, isto é, o grupo constitui aquela multiplicidade definida ou multiplicidade matemática no sentido forte da palavra, tal como em Husserl (2006), uma vez que a partir de um número finito de proposições, define-se de maneira matematicamente exaustiva, ou seja, no sentido de que todos os modos de aparecer desses objetos estão dados já nos axiomas que definem um grupo. Não é, portanto, um conjunto específico ou uma operação particular que participam da definição de grupo, mas qualquer conjunto munido de uma operação qualquer que satisfaça as propriedades anteriormente enunciadas.

Essa é uma potencialidade da Álgebra, de uma “Matemática formal do nível mais alto de multiplicidade” (Husserl, 1962, p. 102, tradução nossa)¹⁴ que tem suas raízes nos níveis inferiores da Lógica, a apofântica e a ontologia. Essa Matemática “nunca pode prescindir das categorias lógicas específicas (categorias de significado e categorias objetivas) nem dos verdadeiros axiomas que se referem a elas” (Husserl, 1962, p. 102, tradução nossa)¹⁵. Na Definição (1) de grupo, conforme enunciada, quando é dito que o “par $(G, *)$ é um grupo se são válidas as seguintes propriedades”, ao mesmo tempo em que são anunciadas as propriedades, ou seja, em que há uma predicação, um juízo sobre o par $(G, *)$, constitui-se o objeto grupo, entrelaçando-se assim as esferas apofânticas e ontológicas da Lógica na constituição dessa multiplicidade algébrica.

A importância desse fazer da Álgebra, que não trata apenas de uma Matemática quantitativa, mas para além dela, compreende também uma Matemática qualitativa, em que os objetos são indeterminados quanto a sua matéria e são definidos “exclusivamente pela forma das conexões que lhes são atribuídas” (Husserl, 1962, p. 94, grifos do autor e tradução nossa)¹⁶, reside em possibilitar a ampliação de seu alcance teórico, uma vez que “desenvolvida efetivamente na teoria da multiplicidade a teoria formal correspondente, está providenciado todo o trabalho teórico dedutivo necessário para construir todas as teorias efetivas da mesma forma” (Husserl, 1962, p. 95, tradução nossa)¹⁷. A exemplo da Teoria dos Grupos, uma vez identificado que um par composto de um conjunto e uma operação compõe um grupo, já se sabe, previamente, por meio do entendimento das

¹³ la idea de la forma de una esfera infinita de objetos que tiene la unidad de una definición teórica

¹⁴ matemática formal del nivel superior de multiplicidad.

¹⁵ nunca puede prescindir de las categorías lógicas específicas (categorías significativas y categorías objetivas) ni de los verdaderos axiomas que a ellas se refieren.

¹⁶ exclusivamente por la forma de las conexiones a ellos adscritas.

¹⁷ desarrollada efectivamente en la teoría de la multiplicidad la correspondiente teoría formal, está despachado todo el trabajo teórico deductivo necesario para construir todas las teorías efectivas de la misma forma.

propriedades que o definem, o modo de operar com os elementos do respectivo conjunto. Budden (1972) ao relatar sobre uma pergunta formulada na Conferência Anual da British Mathematical Association, em 1966, na Universidade Keele, na Inglaterra, a respeito da importância do aprendizado sobre a Teoria dos Grupos, sintetizou as respostas dadas pelos especialistas:

(1) porque grupos surgem por toda parte na matemática, nas mais diversas e inesperadas situações. Uma grande variedade de situações (não apenas matemáticas) pode ser descrita e problemas resolvidos por métodos teóricos de grupo.

(2) Uma vez que um sistema é reconhecido por apresentar estrutura de grupo, então quaisquer regras que tenham sido estabelecidas para grupos (...) podem ser aplicadas a esse sistema (Budden, 1972, p. 89, tradução nossa)¹⁸.

A segunda resposta pode ser vista como manifestação clara de uma das características da multiplicidade, aquela que constitui vínculos legais para teorias não explicitamente relacionadas, e que nos permite, conforme citação anterior de Husserl (1962, p. 95), a partir da identificação de uma teoria formal como uma multiplicidade, concluir que todo o trabalho teórico dedutivo dessa teoria estará desenvolvido. Na esteira dessa argumentação, ao tratar também de grupos, Costa (1971, p. 293) diz:

No desenvolvimento moderno da Matemática, a teoria dos grupos assumiu uma importância comparável à da teoria dos conjuntos. A noção de grupo (...) tornou-se fundamental em teoria dos números, em álgebra superior, em geometria, constituindo um vínculo entre domínios aparentemente muito distantes uns dos outros.

Esse vínculo entre domínios significa que a noção de grupos compreende diferentes objetos matemáticos, que seus objetos são generalidades determináveis pela forma axiomática da Teoria dos Grupos. Essa forma axiomática é constituída por compreensões que decorrem das relações noético-noemáticas, dos atos intencionais dos sujeitos cognoscentes, cujos correlatos são os sentidos, os quais, por sua vez, são ideais: “[t]odo noema tem um ‘conteúdo’, isto é, seu ‘sentido’, e se refere, por meio dele, a ‘seu’ objeto” (Husserl, 2006, p. 287, grifo do autor), dito de outro modo, “em todo noema se delimita manifestamente um conteúdo preciso” (Husserl, 2006, p. 290, grifos do autor), um “‘objeto efetivo’ (...) [que é] a designação para certos nexos racionais considerados de maneira eidética” (Husserl, 2006, p. 321). A intuição no pensar matemático, que leva à compreensão e formulação das leis axiomáticas, tal como as estabelecidas para a Teoria

¹⁸ (1) because groups crop up everywhere in mathematics, in the most diverse and unexpected situations. A wide variety of (not only mathematical) situations can be described, and problems solved, by group-theoretical methods.

(2) Once a system is recognised to exhibit group structure, then any rules that have been established for groups (e.g. the cancellation law - see below) can be applied to that system.

dos Grupos, é investigada pela Fenomenologia, uma vez que por ela podemos compreender “a construção do julgar e do juízo, o modo como a estrutura do noema é determinante para o conhecimento, como a ‘proposição’ aí desempenha seu papel particular e também a diversa possibilidade de seu ‘preenchimento’ em termos de conhecimento” (Husserl, 2006, p. 326).

Os axiomas que definem um grupo não delimitam, portanto, um objeto específico, mas uma forma de objetos que satisfazem esses axiomas, permitindo que sejam evidenciadas relações entre objetos aparentemente desconexos, conforme podem ser compreendidos pelos exemplos a seguir:

Exemplo (1) – Consideremos o Conjunto unitário $G = \{1\}$ e a operação $*$ tomada como a multiplicação usual. Assim constituído, o par $(G, *)$ é um grupo, uma vez que satisfaz as propriedades da Definição (1).

Exemplo (2) – Seja $C = \{-1, 1\}$ e a operação $*$ tomada como a multiplicação usual. Assim constituído, o par $(C, *)$ também é regido pelas propriedades da Definição (1), logo é um grupo.

Esses dois exemplos mostram como a definição axiomática de grupo permite a constituição de um domínio ideal sem necessidade de conteúdos materiais determinados. Os conjuntos G e C , apesar de distintos, quando munidos das operações descritas, constituem um grupo, ou seja, as operações sobre seus elementos são regidas pela mesma axiomática. Compreendemos, assim, que a característica principal de uma multiplicidade matemática, seja ela representada pela Teoria dos Grupos, ou outra estrutura algébrica, está na formalização, isto é, na constituição de formações conceituais exatas e necessárias, que não derivam do arbítrio, mas se fundam na intuição essencial dos objetos ideais. Como afirma Husserl, trata-se de uma estrutura que “de modo algum depende de nosso livre arbítrio e de nossa arte lógica, mas pressupõe, no tocante aos conceitos axiomáticos pretendidos, que precisam ser atestáveis em intuição imediata, *exatidão na própria essência apreendida*” (Husserl, 2006, p. 159, grifos do autor). O pensamento algébrico, expressado pela linguagem da Álgebra, realiza justamente essa tarefa de explicitação das formas puras de objetividade, aproximando-se assim da ideia mais ampla de uma doutrina das multiplicidades. Nesse sentido, a Álgebra não constrói objetos empíricos, mas formas ideais cuja validade se funda exclusivamente na estrutura dos enlaces que os definem. Suas objetividades, como afirma Husserl, “não são [objetos] determinados nem diretamente, como singularidades individuais ou específicas, nem indiretamente, pelas



suas espécies ou gêneros materiais, mas exclusivamente pela forma dos enlaces a eles atribuídos” (Husserl, 2014, p. 186).

Compreendemos, assim, que as estruturas algébricas são constituídas por atos judicativos que fundam leis e proposições sob formas logicamente necessárias. Por meio das formas axiomáticas, a Lógica funda domínios de validade interna, cujos objetos se mostram como idealidades determináveis pela legalidade formal de seus enlaces. Assim, pode-se dizer que a Álgebra é a instância da Matemática que desvela as objetividades ideais do *algo em geral*.

5 Considerações finais

Neste artigo, examinamos como os conceitos fundamentais da filosofia husserliana, especialmente a apofântica formal, a ontologia formal e a Teoria das Multiplicidades, permitem-nos compreender as estruturas algébricas enquanto domínios formais. Mostramos, em conformidade com a nossa compreensão, que a Lógica pura, ao rejeitar o psicologismo e ao fundar-se na idealidade da verdade, permite conceber os objetos da Álgebra como construções ideais, determinadas unicamente pelas formas dos enlaces que os constituem.

Entendemos, assim, que as estruturas algébricas podem ser tratadas como multiplicidades definidas no sentido forte do termo: domínios inteiramente determinados por um sistema axiomático finito, do qual se derivam todas as configurações possíveis. Vista dessa forma, a Álgebra deixa de ser tratada como uma coleção de técnicas e fórmulas e passa a ser concebida como uma teoria de essência formal, cuja legitimidade repousa sobre a dedução pura e a necessidade lógica.

Essa compreensão tem implicações diretas para o ensino de Álgebra. Ela permite superar uma abordagem puramente operatória, tecnicista, centrada na manipulação simbólica, e abre espaço para uma leitura conceitual e formativa, na qual o estudante pode compreender não apenas o “como”, mas também o “porquê” das estruturas que manipula. Tal perspectiva contribui para uma concepção ampliada da Álgebra como uma área que possibilita a expressão das idealidades matemáticas.

Nesse sentido, compreendemos que a linguagem algébrica enforma ou constitui um vir à luz da forma dos objetos ideais. Trata-se de “uma ciência das figuras de sentido do ‘algo em geral’ construível num puro pensar, em generalidade pura-formal e, sobre esta base, ciência das ‘multiplicidades’” (Husserl, 2012, p. 35). As estruturas algébricas



são, portanto, idealidades constituídas por leis e conceitos que operam no plano da necessidade analítica, fundadas “no domínio do conhecimento puramente conceitual”, e cuja validade “vale total e completamente” (Husserl, 2014, p. 55-56).

Podemos concluir, portanto, que a Álgebra se mostra como uma área da Matemática que constitui objetos cuja existência está assegurada pela possibilidade de serem determinados não em suas particularidades, mas pelos axiomas que os definem exhaustivamente.

Referências

- BORTOLETE, J. C. **O pensar algébrico**: uma perspectiva fenomenológica. 2024. 221 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2024.
- COSTA, AMOROSO M. **As ideias fundamentais da Matemática e outros ensaios**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1971.
- BUDDEN, F. J. **The fascination of Groups**. Cambridge: Cambridge University Press, 1972.
- GONÇALVES, A. **Introdução à álgebra**. 5. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2009.
- HUSSERL, E. **Meditações cartesianas**: uma introdução à fenomenologia. São Paulo: edipro, 2019.
- HUSSERL, E. **Investigações Lógicas**: Prolegômenos à Lógica Pura. Rio de Janeiro: Gen, 2014.
- HUSSERL, E. **Investigações Lógicas**: investigações para a fenomenologia e a teoria do conhecimento. Rio de Janeiro: Gen, 2012a.
- HUSSERL, E. **A crise das ciências europeias e a fenomenologia transcendental**: uma introdução à Filosofia fenomenológica. Rio de Janeiro: Gen, 2012.
- HUSSERL, E. **Ideias para uma fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica**: Introdução geral à fenomenologia pura. Aparecida, SP: Ideias & Letras, 2006.
- HUSSERL, E. **Lógica formal y lógica transcendental**. México: UNAM, Centro de Estudios Filosóficos, 1962.

Recebido em: 18 de maio de 2025.

Aceito em: 15 de agosto de 2025.