



EXPLORAÇÕES MATEMÁTICAS COM REALIDADE AUMENTADA: EM DESTAQUE O MOVIMENTO DO CORPO PRÓPRIO

MATHEMATICAL EXPLORATIONS WITH AUGMENTED REALITY: HIGHLIGHTING THE MOVEMENT OF BODY ITSELF

Rosa Monteiro Paulo¹

Carolina Cordeiro Batista²

Anderson Luis Pereira³

Resumo: Neste texto, destaca-se o movimento do corpo próprio na constituição de conhecimento matemático com a tecnologia de realidade aumentada (RA), particularmente com o aplicativo GeoGebra AR. Para tanto, elegem-se recortes de duas pesquisas nas quais se analisa o movimento da pessoa que faz exploração com essa tecnologia. A postura assumida na condução das tarefas com as pessoas e na análise dos dados é fenomenológica, o que possibilita expor o sentido do movimento com RA olhando para a ação da pessoa que realiza exploração. Para apresentar o compreendido, articulam-se aspectos da análise dos dados dessas pesquisas com o sentido atribuído à vivência, dando enfoque à formação de professores, solo das investigações. Ressalta-se que, na vivência da pessoa que faz as explorações com o aplicativo, o corpo intencionalmente se coloca em movimento como sujeito da percepção, atribuindo sentido ao que percebe no mundo da vida em que sempre já está lançado.

Palavras-chave: Fenomenologia; Espacialidade; Constituição de Conhecimento; Formação de Professores; Educação Matemática.

Abstract: This text highlights the movement of the body itself in the constitution of mathematical knowledge with augmented reality (AR) technology, particularly with the GeoGebra AR software. For this purpose, excerpts from two studies were selected in which the movement of the person exploring with this technology was analyzed. The stance adopted in conducting tasks with people and in analyzing the data is phenomenological, which makes it possible to expose the meaning of movement with AR by looking at the action of the person exploring. To present what was understood, aspects of the analysis of the data from these studies are linked to the meaning attributed to the experience, focusing on teacher training, the ground of the investigations. It is emphasized that, in the experience of the person exploring with the application, the body intentionally moves as a subject of perception, attributing meaning to what it perceives in the world of life in which it is always already thrown.

Keywords: Phenomenology; Spatiality; Knowledge Constitution; Teacher Training; Mathematics Education.

¹ Doutora em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista (UNESP). Professora Associada da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Guaratinguetá, São Paulo, Brasil. E-mail: rosa.paulo@unesp.br

² Doutora em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista (UNESP). Pós-doutoranda na Universidade Estadual Paulista (UNESP), Guaratinguetá, São Paulo, Brasil. E-mail: carolina.batista@unesp.br

³ Doutor em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista (UNESP). Prefeitura Municipal de Guaratinguetá, Guaratinguetá, São Paulo, Brasil. E-mail: andersonpereira.matematica@gmail.com



1 Introdução

Neste texto, iremos apresentar compreensões advindas da vivência em pesquisas que temos realizado para compreender o sentido do movimento do corpo próprio quando se faz explorações com a tecnologia de realidade aumentada (RA), particularmente o aplicativo GeoGebra AR, para investigar temas de matemática que estudam ou ensinam em contextos escolares diversos. A intenção é compreender como a pessoa que realiza as explorações com o aplicativo constitui conhecimento matemático. Salienta-se que os estudos realizados são compartilhados e discutidos com os integrantes do grupo de pesquisa Fenomenologia em Educação Matemática (FEM). Particularmente, as pesquisas que subsidiaram a escrita deste texto foram desenvolvidas em projetos apoiados pela Fundação de Amparo à Pesquisa (FAPESP)⁴, pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e pela Pró-Reitoria de Pesquisa (PROPe) da UNESP. Essas pesquisas são – neste texto – importantes para explicitar o movimento do corpo próprio para a constituição de conhecimento matemático com RA.

Para tanto, voltamo-nos para o já feito nas pesquisas com a intenção de avançar em compreensões destacando-se, com Bicudo (2023, p. 112), que o “compreender é um movimento que busca harmonia e que se dá no corpo que vive” ou corpo próprio, como pretendemos esclarecer. A postura fenomenológica assumida em nossas investigações permite não partir de julgamentos prévios para compreender o vivido; tampouco tem a pretensão de que suas pesquisas tragam respostas definitivas e de caráter genérico. A pesquisa fenomenológica busca pelo sentido do que se evidencia: do que se abre à compreensão. Sendo assim, o pesquisador fenomenólogo vai ao encontro do que se mostra, do que se desvela para o seu olhar.

Esse olhar é atento, pois, como afirma Ales Bello (2006), tudo o que se mostra, mostra-se para nós – pessoas situadas em certo tempo e espaço. Mas o que se mostra? A isso que se mostra, na postura fenomenológica, chamamos de fenômeno, procurando denotar o que foi possível compreender: o sentido. No entanto, o sentido não se dá de um só golpe ou por uma única perspectiva; portanto, compreender requer diversas operações ou atos da consciência, entendida como a “dimensão com a qual nós registramos os atos vividos [...] e percebemos tudo aquilo que vivemos” (Ales Bello, 2006, p. 35).

⁴ Projeto FAPESP Processo nº 2023/11708-6 e Processo nº 2019/16799-4; bolsa de pós-doutorado CNPq Processo nº 151812/2022-5 e da Pró-reitoria de Pesquisa da Unesp – PROPe Edital 05/2024/PROPe - Programa Unesp de Pós-Doutorado - Chamada Pública para Seleção de Bolsistas.



Com isso, evidencia-se o que significa assumir uma postura fenomenológica, especificamente de orientação husserliana: significa voltar-se de modo atento para o que se interroga com o desejo de querer saber e, ao compreender, explicitar de forma clara o que foi evidenciado. Neste texto, o foco será no sentido que, para nós, fez o estar-com um aplicativo de Realidade Aumentada (RA) – o GeoGebra Calculadora 3D com sua função AR que, para a fluência do texto, diremos GeoGebra AR. Esse estar-com diz de um modo de ser que – segundo Heidegger (2020) – é sempre com os outros, no mundo de tal forma que mundo é compreendido como mundo compartilhado. Assim diz Heidegger (2020, p. 170): “o com é uma determinação da pre-sença”, o que significa que o mundo faz sentido porque é compartilhado com o outro.

Vale ainda explicitar que, ao dizer que se está-com as tecnologias falamos de um modo de ser-com elas – que não as considera meros recursos presentes nos atos de ensinar e aprender – ser-com tecnologias digitais implica modificar o ambiente da sala de aula, modificar o modo pelo qual se faz investigação, modificar as formas de comunicação e mesmo o modo de pensar e de entender como o conhecimento se constitui (Rosa e Pinheiro, 2020).

Com as tecnologias de RA que tratamos neste texto, o corpo próprio é a abertura à compreensão, pois se move e, movendo-se, lança-se em possibilidades para articular o sentido, isto é, “aquilo em que se sustenta a compreensibilidade de alguma coisa [...] aquilo que pode articular-se na abertura da compreensão” (Heidegger, 2020, p. 208). Portanto, ser-com uma tecnologia de RA é mover-se e dar-se conta de estar se movendo, é fazer mover-se para si os objetos, é posicionar-se livremente para localizar a si e os “outros corpos, vivos ou não”, dispor-se como “corpo vivo [...] ponto zero de orientação” (Bicudo, 2023, p. 118).

Desse modo, fica claro que assumimos o corpo próprio como tratado por Merleau-Ponty, ou corpo vivo e corpo vivente, como a ele se refere Bicudo (2023) seguindo Husserl. Segundo Merleau-Ponty (1994), o corpo próprio não pode ser reduzido à matéria ou mesmo ser tratado em uma perspectiva da fisiologia ou da biologia, pois ele está “além da estrutura orgânica, comprehende toda uma complexidade que envolve o sentir, o perceber, o pensar e o agir dos indivíduos, revelando intencionalidade de suas ações, o que caracteriza o homem como um ser repleto de subjetividade” (Santos, 2016, p. 148).

Exposta a postura assumida e o solo em que iremos trazer as ideias neste texto, procuramos apresentar a compreensão do movimento do corpo próprio conforme o entendemos nos autores lidos e nas pesquisas que focam a constituição do conhecimento



matemático com o GeoGebra AR. Para tanto, iniciamos com a exploração da tecnologia para expor o sentido da constituição de conhecimento e do movimento do corpo próprio. Destacamos – também – os aspectos metodológicos e o que se revela nas pesquisas realizadas para que seja possível dizer do movimento para a e na constituição de conhecimento matemático com RA.

2 Realidade Aumentada e o movimento do corpo próprio

As tecnologias de RA permitem que os objetos virtuais sejam incorporados (em seus modos específicos de se fazer presente) ao ambiente físico do usuário, diferenciando-se de outras tecnologias como a Realidade Virtual – RV). Desse modo, ao utilizar um smartphone ou tablet com um app instalado, torna-se possível realizar explorações com RA em que a pessoa pode manter as referências (espaciais) em relação ao ambiente físico, o que não acontece com a RV, ficando-se alheio à realidade mundana (Tori e Hounsell, 2020). Essa característica da RA favorece a espontaneidade nas explorações (Schuster e Rosa, 2021), pois os objetos digitais assumem uma materialidade que se constitui *para o* e *no* corpo próprio que se move com a tecnologia e elege um *lugar* para ver.

Tais aspectos indicam que – com a RA – ambos os contextos se modificam: o real e o virtual, já que os objetos não ficam “presos” nem à tela dos dispositivos móveis e nem ao ambiente físico (Bulla e Rosa, 2017). As possibilidades de exploração são do corpo próprio que se situa para ver os objetos, sem ficar restrito à tela do dispositivo ou ao movimento das mãos que segura o mouse ou toca a tela. O “espaço” de exploração é definido pelo corpo que se move para vivenciar as sensações do que lhe chega pela RA.

O movimento do corpo é – então – o “meio de percepção do espaço, do tempo e da ação. É pelo corpo fenomenal que há movimento e projeção de significações no mundo” (Santos, 2016, p. 147). As sensações que nos chegam pelos órgãos dos sentidos nos dão abertura para nos percebermos e percebermos o mundo, elaborando significados e atribuindo sentido ao vivido. Ao investigar com uma tecnologia de RA, damos liberdade para que os objetos possam vir ao encontro – sendo circundados – e nesse encontro algo se revela de forma distinta do que é representado em duas dimensões (Schuster e Rosa, 2021). A espacialidade do corpo próprio (entendida como modos de ser no espaço) permite que a pessoa se relacione “com outros corpos, dentre os quais está o outro que, como ele, também se move de modo autônomo e livre e cujos modos de se doar se revelam diferentes daqueles dos corpos físicos que não se movem por si” (Bicudo, 2023, p. 122).



A espacialidade, entendida na perspectiva de Merleau-Ponty (1994), é um modo de a pessoa ser no mundo, vivenciar situações diversas no mundo, estar *no* e *com o* mundo. Portanto, trata-se de uma abertura que não diz de uma localização ou de uma espacialidade de posição, como se diz de um objeto que está localizado em determinado “lugar”. A espacialidade do corpo próprio “é de *situação*” o que significa que ao dizermos – por exemplo – estou *aqui*, não nos referimos a um lugar específico do espaço físico que seja determinado por coordenadas, pois a palavra *aqui* expressa “a situação do corpo em face de suas tarefas [...] e, no que concerne a espacialidade [...] o corpo próprio é o terceiro termo, sempre subentendido, da estrutura figura e fundo, e toda figura se perfila sobre o duplo horizonte do espaço [do mundo físico] e do espaço corporal” (Merleau-Ponty, 1994, p. 147).

Evidencia-se que a espacialidade do corpo próprio diz do modo de vivenciar o espaço e o espaço “não é o ambiente (real ou lógico) em que as coisas se dispõem, mas o meio pelo qual a posição das coisas se torna possível” (Merleau-Ponty, 1994, p. 328). Logo, a pessoa que se envolve, que se coloca em situação, não vê suas ações, seus gestos e seu movimento de forma objetiva, pois ela os vive e, então, não podemos dizer que estamos no espaço ou que estamos no tempo, nós *habitamos* o espaço e o tempo, já que

[...] a experiência motora de nosso corpo não é um caso particular de conhecimento; ela nos fornece uma maneira de ter acesso ao mundo e ao objeto, [...] que deve ser reconhecida como original e talvez como originária. Meu corpo tem seu mundo ou comprehende seu mundo sem precisar passar por ‘representações’, sem subordinar-se a uma “função simbólica” ou “objetivante” (Merleau-Ponty, 1994, p. 195).

É na ação do corpo próprio que se realiza a espacialidade, e não podemos dizer que nosso corpo está no espaço ou que ocupa uma posição. O corpo próprio se situa intencionalmente em um modo próprio de ser (Santos, 2016).

Enquanto tenho um corpo e atuo através dele no mundo, o espaço e o tempo não são para mim uma série de pontos justapostos, menos ainda uma infinidade de relações sobre as quais minha consciência operaria a síntese e onde ela implicaria meu corpo. Eu não estou no espaço e no tempo; não penso o espaço e o tempo. Eu *sou* em relação ao espaço e ao tempo. Meu corpo se aplica a eles e os abraça (Merleau-Ponty, 1994, p. 194, grifo nosso).

O corpo nos situa no mundo por meio do movimento porque ele se posiciona “em relação às coisas, permite que as conheçamos por diferentes ângulos e revela que a visão se dá por perspectivas” (Santos, 2016, p. 175). Desse modo, é no movimento que vivenciamos – por exemplo – a profundidade que, dentre todas as dimensões, é “a mais ‘existencial’, porque [...] ela não se indica no próprio objeto, evidentemente ela pertence



à perspectiva e não às coisas [...] ela anuncia um certo elo indissolúvel entre as coisas e mim, pelo qual estou situado diante delas” (Merleau-Ponty, 1994, p. 345).

A profundidade é – então – uma dimensão vivida. Essa compreensão é importante para pensar se, em um contexto de sala de aula, ela pode ser “ensinada” pelo professor através do desenho de um cubo feito na lousa ou impresso nas páginas de um livro. Ou seja, mesmo que se tenha a intenção de representar a tridimensionalidade do objeto, desenhando-o em perspectiva, ainda se trata de uma representação plana que requer daquele que vê “imaginação” para comprehendê-la.

Sendo a profundidade uma dimensão vivida, pode-se dizer que ela não pode ser ensinada de forma alguma, pois é existencial. Merleau-Ponty (1994) nos diz que

[...] nas coisas, bastam dois pontos para definir uma direção. Todavia, nós não estamos nas coisas, ainda só temos campos sensoriais que não são aglomerados de sensações postos diante de nós, [...] uma direção só pode existir para um sujeito que a traça, e um espírito constituinte tem eminentemente o poder de traçar todas as direções no espaço (Merleau-Ponty, 1994, p. 332).

Desse modo, se com a profundidade queremos “representar” o espaço, primeiro é preciso que se tenha sido introduzido nele por nosso corpo, uma vez que é na motricidade que se engendra o sentido que torna possível toda significação em um espaço representado (objetivado) (Merleau-Ponty, 1994). A RA possibilita-nos vivenciar a profundidade pelo corpo próprio, pois os objetos virtuais projetados podem ser vistos de diferentes perspectivas com o movimento livre da pessoa que realiza as explorações. Com isso, fica claro que é o corpo próprio que experiencia e vivencia a profundidade por meio de seu modo de *ser* espacial, vivendo no mundo junto às pessoas e às coisas (o que inclui a RA).

Como diz Merleau-Ponty (1994), há uma espacialidade primordial do corpo próprio que é condição para se compreender o espaço objetivo, sendo essa experiência o que enraíza o espaço na existência. Comumente dizemos que o corpo assume determinado lugar, e é importante entender que “ser corpo [...] é estar atado a certo mundo, e nosso corpo não está primeiramente no espaço, [pois] ele é no espaço [...] e a espacialidade do corpo é [...] a maneira pela qual ele se realiza como corpo” (Merleau-Ponty, 1994, p. 205).

É com essas compreensões que consideramos a tecnologia de RA para a constituição de conhecimento matemático. Esta – a constituição de conhecimento – já está amplamente tratada em trabalhos como o de Bicudo (2023) ou Rosa e Bicudo (2018), e neste texto traremos breves esclarecimentos apenas para expor o modo pelo qual a entendemos: um movimento da pessoa que se lança nas explorações, que se envolve



intencionalmente querendo saber, que dialoga sobre o compreendido e expõe, de modos distintos, o sentido da experiência vivida.

A constituição de conhecimento é – portanto – assumida como um movimento da pessoa que conhece e se origina na percepção, se dá sempre *no mundo*. Bicudo (2023) afirma que o corpo próprio sente as coisas que com ele estão no mundo circundante e sente-as sentindo-se: ciente de que elas lhe são sensíveis e que lhe dizem algo. O corpo próprio não sente de modo caótico o que lhe vem ao encontro; sente-as de forma articulada, organizada. O que é sentido desdobra-se em outros atos: de percepção, compreensão, interpretação, reflexão e comunicação (ou expressão), abrindo-se à intersubjetividade. Com isso, “a constituição de conhecimento expõe bem o movimento que ocorre no corpo-vivente e enfatiza a relevância dos sentidos” (Bicudo, 2023, p. 123). Logo, ao falarmos de constituição de conhecimento, não tratamos do conhecimento objetivado, mas do processo de a pessoa conhecer, um processo que envolve as sensações.

Destaca-se que compreender o sentido da constituição de conhecimento é relevante para a proposta de ações para a sala de aula, uma vez que a concepção de corpo próprio como corpo vivo que sente, pensa e age de modo próprio, permite enfatizar a forma de trabalhar “com as sensações, sentidos e intuições que constituem princípios válidos de conhecimento para o sujeito” (Bicudo, 2023, p. 118), seja ele aluno seja ele professor que se abre às explorações.

3 Aspectos metodológicos das pesquisas desenvolvidas

Do ponto de vista metodológico, as pesquisas que temos desenvolvido são qualitativas de postura fenomenológica. Assumir tal postura, conforme Ales Bello (2006, p. 18), indica que “mais do que dizer que ‘as coisas se mostram’, precisamos dizer que ‘percebemos, estamos voltados para elas’” de modo atento. Assim, conforme já destacamos, o que se mostra, mostra-se de certo modo e por perspectivas para alguém, para aquele que se volta para algo (aquel que se interroga). Nas pesquisas consideradas para este texto, o solo é o da formação de professores (inicial e continuada), e esse algo que se deseja conhecer/compreender é o movimento na e para a constituição de conhecimento matemático com Realidade Aumentada.

A formação de professores é, por nós, entendida como *forma-ação*: uma expressão trazida por Bicudo (2003) para expor

[...] a compreensão fenomenológica que se sustenta na atitude filosófica de um entrelaçamento da materialidade com a forma, em que a ação, a cada vez, lhe



imprime configurações. Assim, tanto matéria quanto forma se constituem movimentadas pela ação, como modo pelo qual a forma se materializa (Bicudo; Mocrosky; Orlowski, 2022, p. 96).

Enfatizamos que a forma de ser professor; em especial de ser professor de matemática, não é a ideal a ser alcançada, mas vai sendo constituída desde as primeiras experiências da pessoa com a matemática, tem continuidade nas ações que se realiza em cursos de graduação e continua se *transformando* ao longo da vida por meio das ações desenvolvidas na escola com o outro - alunos e colegas – de modo atento para dar-se conta do vivido.

Portanto, nessas ações que vão dando forma ao modo de ser professor, queremos colocar em destaque a constituição de conhecimento; para isso, colocamo-nos junto a eles vivenciando situações nas quais o modo (forma) de ser professor pode ser evidenciado. Para este texto, trazemos algumas ações desenvolvida com a formação de professores de matemática em que foram propostas tarefas com o GeoGebra AR. Os recortes das pesquisas realizadas (uma de doutorado e outra de pós-doutorado) – em articulação com projetos que temos desenvolvido – dão-nos a possibilidade de compreender o modo de constituir conhecimento matemático com RA.

A pesquisa que fez Pereira (2022) – em sua tese de doutorado – deu início à investigação acerca do sentido de constituir conhecimento matemático com Realidade Aumentada. Realizada com alunos de graduação – especificamente do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública paulista – envolveu tarefas de exploração com RA para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. O contexto no qual a pesquisa se desenvolveu foi o de um curso livre que ocorreria uma vez por semana, no final da tarde, pois os alunos eram do período noturno. Houve a participação de seis estudantes durante oito encontros presenciais, ocorridos no segundo semestre de 2018 com duração de 2 horas cada. As tarefas propostas abordaram Superfícies Cilíndricas e Quádricas, Limites, Derivadas Parciais, Integrais de funções de duas variáveis e Máximos e Mínimos. Os encontros foram registrados por meio de câmera filmadora (captando áudio e vídeo) e por meio de um aplicativo que gravava a tela do smartphone dos participantes durante as explorações das tarefas.

Para dar continuidade à investigação iniciada por essa pesquisa outras ações, foram realizadas, dentre elas, uma pesquisa de pós-doutorado (Batista e Paulo, 2023; Batista, Paulo e Eufrasio, 2023) que envolveu professores de matemática de uma escola pertencente ao Programa Ensino Integral (PEI), da rede estadual paulista. Ainda com foco



na constituição de conhecimento matemático com realidade aumentada, cinco professores de matemática dessa escola se reuniram – semanalmente – com a pesquisadora, de setembro/2022 a novembro/2023. O trabalho com esse grupo seguiu a proposta do estudo de aula (Richit; Ponte; Gómez, 2022); durante esse período, o grupo realizou três ciclos. Em cada um deles, os professores elegeram temas de Geometria Espacial para trabalhar com seus alunos, planejaram aulas com tarefas para serem feitas com o GeoGebra AR, escolheram um professor do grupo para realizar a aula com seus alunos; após a realização dessa aula, retornaram ao grupo para discutir a experiência vivida. As telas dos iPads em que os alunos faziam as explorações eram gravadas e davam subsídios para a pesquisadora elaborar um vídeo breve – contendo ações dos alunos – a que seria assistido pelos professores para a discussão.

Os registros feitos em cada uma das pesquisas realizadas são transcritos, e os dados para a análise são os textos originados desta transcrição. A análise foi empreendida seguindo a orientação da pesquisa fenomenológica, iniciando-se com a análise ideográfica em que é feita a leitura atenta das transcrições e o destaque de trechos que sejam significativos à compreensão do interrogado.

A análise ideográfica na pesquisa fenomenológica proporciona a imersão “no mundo da descrição, onde o pesquisador procede em direção à intersubjetividade ou ao momento em que os mundos pesquisador/pesquisado se interpõem em áreas que se tocam e se interpenetram” (Machado, 1994, p. 41). O que se revela significativo, nessa análise, não se mostra de forma isolada: há uma articulação de sentidos e significados que vão sendo interpretados e dão ao pesquisador condições para avançar com a análise, adentrando ao movimento da análise nomotética. Ao se envolver com a análise nomotética, o pesquisador faz “uma síntese das proposições consistentes apresentadas nas expressões reveladoras do pensar do sujeito, constituindo agrupamentos por temas, entendidos como categorias abertas” (Machado, 1994, p. 41), com as quais se pode expor as regiões de generalidade em relação ao interrogado.

A discussão das categorias abertas permite que o pesquisador fenomenólogo exponha a compreensão do que interroga. No entanto, conforme dissemos, neste texto essas pesquisas dão subsídios à nossa discussão acerca do movimento ao se estar com uma tecnologia de RA explorando tarefas de matemática para a constituição de conhecimento, portanto os aspectos metodológicos não são o foco principal. Logo, não iremos nos deter aos procedimentos de análise e nem mesmo nas categorias evidenciadas



nessas pesquisas; apenas traremos excertos da vivência com alunos e professores para subsidiar as discussões que nos interessam acerca do movimento.

4 Aspectos do movimento nas pesquisas realizadas

Em Pereira (2022), a análise dos discursos (interlocução entre os participantes⁵) e os movimentos (registrados por meio das gravações em vídeo e gifs) mostram que os participantes – explorando os objetos em RA – percebem que esses se *misturam* e se *confundem* com os objetos do espaço físico e são vistos em seus modos de se tornarem tridimensionais. No diálogo, vai sendo evidenciado que, para ver esses objetos digitais com características tridimensionais, os participantes vão em direção a eles: movimentam-se para “entrar ali”, abaixam para “olhar ele por baixo” etc.

Para exemplificar, trazemos um recorte da Cena Significativa 15, nomeada *A taxa de variação em outra direção* (Pereira, 2022, p.133-135). Nessa tarefa, os alunos exploravam uma situação proposta no livro de Stewart (2013, p. 848), do capítulo dedicado ao estudo do tema Derivadas Direcionais. Adaptamos o proposto para realizar a exploração com a RA de modo que a observação estivesse voltada para o gráfico tridimensional que representa a altitude de uma montanha, dada pela equação **$z = 1000 - 0,005x^2 - 0,01y^2$** e a posição de um observador que é dada pelo ponto **A (60,40,966)**. No gráfico, os eixos x e y direcionam os deslocamentos pela montanha, relacionando-os com os pontos cardinais em que x positivo aponta para o leste e o y positivo aponta para o norte. Solicitamos que os alunos analisassem se, ao considerar a posição de observação e uma direção (caminhar na direção noroeste), estariam subindo ou descendo a montanha.

Alessandro: A gente está no Norte. A gente quer Noroeste. Noroeste é pra onde? Aqui é y positivo. Então, agora a gente está caindo. Hélio: Não, eu ainda estou perdido geograficamente. Vamos para o lugar certo, porque aqui a gente está meio perdido. O Norte é o y positivo. Alessandro: x negativo e y positivo. A gente tem que ir daqui pra cá⁶ agora. Então a gente está caindo, agora. Descendo.

⁵ Na pesquisa, utilizaram-se nomes fictícios para preservar a identidade dos participantes.

⁶ Os *links* inseridos remetem o leitor a um gif que permite ver a animação da imagem das figuras.



Fonte: (Pereira, 2022, p. 134)

Alessandro: É, porque daqui pra cá parece que equilibrou. Mas dá pra ver a inclinação dela. Se você pegar daqui, parece que ela está reta. Eu acho que a inclinação dela é menor, desta vez. *Hélio:* Estamos descendo. Agora eu consegui ver. *Alessandro:* Nossa, é muito legal isso. Porque a reta tangente aponta para a direção certinho. *Hélio:* Não é tão fácil de ver, porque a reta é muito pouco inclinada. Então, não é na hora que você vê. *Pesquisador:* Então, você está dizendo que teve dificuldade em ver que estava descendo? *Hélio:* É, de começo eu tive dificuldade. Porque ela está bem pouco inclinada, assim. *Alessandro:* Dependendo do ponto que você vê no desenho, você não consegue ver essa inclinação. *Pesquisador:* E dependendo do lugar que olhar, você conseguiu ver que estava descendo? *Alessandro:* Exatamente. Isso é um ponto positivo dessa Realidade Aumentada. Porque dependendo do ângulo que você estiver, você consegue enxergar sim. *Hélio:* Sim. Se pegar o lugar certo dá pra ver tranquilo que tá decrescendo.

Durante a exploração do gráfico em RA, Hélio e Alessandro usam as informações de que dispõem para encontrar uma resposta para o que é questionado na tarefa. No diálogo, vê-se que eles compreendem que com a RA podem se situar para “pegar o lugar certo”. Eles têm a possibilidade de eleger o melhor lugar para analisar o que lhes está sendo solicitado pela tarefa. Para se situarem, eles se colocam em movimento e se posicionam de modo que lhes seja possível ver a inclinação da reta tangente.

Esse recorte da exploração feita pelos alunos mostra que, embora os objetos virtuais projetados em RA sejam materializados pela tela do smartphone – que é plana – o movimento é do corpo próprio; eles, enquanto corpo próprio que tem uma intenção, movem-se e ocupam uma posição em certo “lugar” onde têm algo para ver. No movimento do corpo próprio, caminhos são percorridos para ter acesso ao que se deseja conhecer, podendo-se virar e ver o entorno dos objetos, articular compreensões e aprender matemática. Há uma intencionalidade nas ações dos alunos que os levam a se posicionarem para ver que “a reta é muito pouco inclinada”, mas que “dependendo do ponto (lugar)... você consegue ver essa inclinação”.

Com as explorações em RA, os alunos compreendem que “Isso é um ponto positivo... Porque dependendo do ângulo que você estiver, você consegue enxergar” (Hélio e Alessandro, apud Pereira, 2022). Vai ficando claro para eles que – naquela



direção – a inclinação da reta tangente aponta para valores que estão decrescendo. A ação intencional dos alunos que exploram para ver, evidencia que, nesse ambiente em que os objetos com materialidade física e os objetos virtuais passam a coexistir, o movimento se torna o meio da percepção e da ação que dá sentido ao visto.

Os objetos projetados em RA são integrados ao corpo próprio e ao mundo (Rosa, 2023) de tal modo que – com a RA – os objetos virtuais passam a compor a cena do espaço físico, passam a fazer parte do espaço mundano e se tornam objetos assumidos no horizonte de possibilidades do humano para vir-a-ser-com-eles, ocupar-se deles, voltar-se para eles, compreendê-los e compreender-se com eles.

Nesse cenário de coexistência de objetos físicos e objeto virtuais, o movimento do corpo próprio se dá “não como movimento objetivo e deslocamento no espaço, mas como projeto de movimento ou ‘movimento virtual’, sendo o fundamento da unidade dos sentidos” (Merleau-Ponty, 1994, p. 314). Portanto, é movimento movido/motivado pela própria intencionalidade do corpo próprio, ou mesmo é um movimento virtual (enquanto potência de vir-a-ser realizado) que ainda não se atualizou, mas que está no campo de possibilidades de que ocorra (pronto para se atualizar, materializar, consumar) pelo/no corpo próprio. Disso se destaca que não é preciso a visão objetiva do movimento para reconstruir outra aparência, mas apenas a possibilidade de ver que “já entrou em composição com o movimento vivido e ofereceu-se como aparência” (Merleau-Ponty, 1994, p. 275).

Em outros momentos do curso, em que os alunos são incentivados a fazer modificações em equações para analisar o comportamento gráfico (como em $mx^2 + ny^2 + oz^2 = p^2$, onde é possível, por meio de controles deslizantes, variar os valores de m , n , o e p - Pereira, 2022, p. 101), vê-se o levantando hipóteses e a busca de sua validação ou não, apenas considerando a expressão algébrica. Essa atitude vai revelando aspectos da constituição de conhecimento do aluno, pois o conhecimento objetivado vai se evidenciando. Ou seja, os alunos que realizam as explorações com RA (atribuindo significado a vivência) expressam o compreendido de diversas formas, dialogam sobre as possibilidades que se apresentam à exploração, fazem sínteses e articulam o expresso algébrica e geometricamente e, nesse movimento de significação vão sendo capazes de analisar a equação e “ver” a alteração gráfica.

O que se evidenciou na pesquisa de Pereira (2022), como apontado, despertou o desejo de ir para as ações em sala de aula, propondo tarefas que considerem a perspectiva



do sensível para que seja possível, como diz Merleau-Ponty (1994), reprender a sentir nosso próprio corpo para reencontrar,

[...] sob o saber objetivo e distante do corpo, este outro saber que temos dele porque ele está sempre conosco e porque nós somos corpo. Da mesma maneira, será preciso despertar a experiência do mundo tal como ele nos aparece enquanto estamos no mundo por nosso corpo, enquanto percebemos o mundo com nosso corpo. Mas, retomando assim o contato com o corpo e com o mundo, é também a nós mesmos que iremos reencontrar, já que, se percebemos com nosso corpo, o corpo é um eu natural e como que o sujeito da percepção (Merleau-Ponty, 1994, p. 278).

Em um contexto escolar que segue um currículo estabelecido e lida com o saber já constituído, a proposta de uma perspectiva que considere o corpo como sujeito das ações intencionais não é espontâneo (Caminha, 2016). O desejo de trabalhar com alunos de uma turma regular nos encaminhou para o contexto da formação continuada de professores de matemática da educação básica.

Essa foi uma pesquisa de pós-doutorado realizada na perspectiva do estudo de aula, uma prática de desenvolvimento profissional de professores, de origem japonesa, que, atualmente, é praticada em diversos países, inclusive no Brasil (Curi, 2018; Richit; Ponte; Gómez, 2022; Richit; Ponte, 2020). Pode-se dizer que o aspecto essencial do estudo de aula, que o diferencia de outras práticas de formação de professores, está no fato de as ações de formação serem desencadeadas a partir de situações relativas à aprendizagem dos alunos (Ponte *et al.* 2015), como suas dificuldades, modos de constituir conhecimento, processos de raciocínio etc.

Formando pequenos grupos de professores, o estudo de aula é realizado por meio de ciclos que envolvem – pelo menos – quatro etapas ou momentos distintos. Inicia-se com a escolha de um tema de interesse do grupo, que implica a seleção e o estudo de documentos e materiais de ensino: currículo, livros didáticos, artigos acadêmicos, resultados de avaliações, etc. Tem continuidade (segunda etapa) com o planejamento de uma ou mais aulas relativas a esse tema para “estabelecer um percurso de aprendizagem da matemática para os alunos” (Richit; Ponte, 2020, p. 22). A terceira etapa se dá com a realização da aula em uma das turmas de um dos professores participantes do processo formativo. Por último, após a aula realizada com os alunos, os participantes se reúnem para analisar a experiência vivida (Curi, 2018; Richit; Ponte, 2020). A aula é conduzida pelo professor da turma, e os demais acompanham fazendo anotações sobre o que percebem das atitudes dos alunos. Essa aula é gravada em vídeo e, no grupo de formação, os professores assistem a um vídeo produzido pelos pesquisadores com trechos da aula,



recorrem aos seus registros escritos (suas anotações) e às suas “lembraças” do vivido para dialogarem sobre a experiência vivida. (Batista, 2021).

No caso da pesquisa que relatamos, o envolvimento nesse processo colaborativo possibilitou aos professores expressarem modos de o movimento com a RA lhes fazer sentido, considerando o processo de constituição de conhecimento matemático. Os diálogos com os professores revelam que, para eles, o movimento do corpo próprio dá a ver os objetos virtuais se materializando com a RA junto às pessoas e aos demais objetos. No expresso pela professora Tati – por exemplo – a necessidade de ir em direção aos objetos para ver características tridimensionais se evidencia.

Eu achei que eles, que partiu deles a exploração, não foi nem tanto a gente que pediu, a curiosidade é muito grande [...] eles são mais curiosos [com a tecnologia], uma curiosidade natural deles [...] e como eles expressam [a curiosidade]? [...] Eu acho que é fazendo a caminhada, entrando nos sólidos, girando, pondo a mão (Professora Tati, 2023).

Interpretamos que, para essa professora, os atos de “caminhar em direção” aos sólidos, “entrar” neles, girar ao seu redor, “colocar” a mão etc. são compreendidos como modos de o aluno dispor-se a ver, conhecer, entender os objetos em RA. Essa situação traz a ideia de que o corpo “é vivenciado por nós enquanto expressão e realização de nossas intenções, desejos e projetos” (Santos, 2016, p. 158). O que a professora denomina *curiosidade*, para nós, revela a intencionalidade que vai orientando os movimentos corporais na busca por sentidos daquilo que se mostra. Nesse caso, ao mesmo tempo em que o movimento é desencadeador de novos atos de compreensão, também se constitui na “abertura” que permite ao professor expor os sentidos que vão se evidenciando nas ações dos alunos.

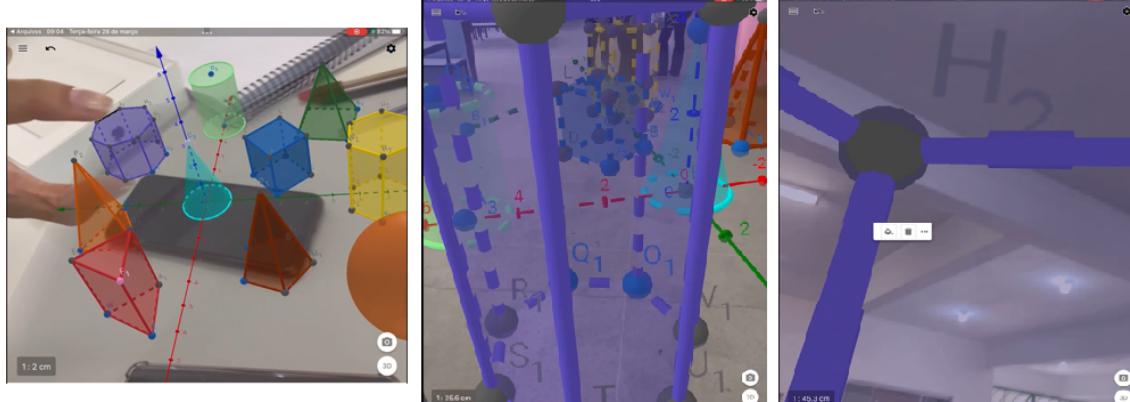
O corpo próprio é responsável pelo sentir. Ele é o sujeito da percepção que é propiciada pelo “sentir” o objeto tridimensional que vem ao encontro no cenário constituído por alunos, professores, mesas, cadeiras, objetos virtuais etc. em que me situo (Caminha, 2013). Nisso, pode-se dizer que o objeto virtual vai se materializando em perspectivas fixadas pelo corpo que se posiciona para vê-lo; perspectivas destacadas de um fundo em que o corpo se entrega “ao espetáculo sensível do mundo, buscando fazer do sentir uma experiência ao seu serviço” (Caminha, 2013, p. 163). Nas perspectivas que vão se mostrando, ora o objeto se mostra em “partes”, ora em um “todo” que – para o professor Abel – representam uma abertura para a compreensão da ideia de “plano” e “espaço”, conforme descreve: “Essa questão do plano, do espacial, isso aqui [RA] eu acho

que é muito claro para eles, se torna muito claro para eles essa diferença entre um e outro e também porque ele acaba trabalhando os dois juntos” (Professor Abel, 2023).

Não sendo mais o objeto compreendido através de uma representação tridimensional de algo plano desenhado no quadro, supera-se a dificuldade da visualização de formas tridimensionais. Talvez essa dificuldade se origine no modo pelo qual se espera que a unidade (do objeto físico e sua representação) seja constituída, uma vez que “a unidade do objeto seria pensada, e não experimentada como o correlativo da unidade de nosso corpo” (Merleau-Ponty, 1994, p. 274). Entendemos que – com a RA – o objeto é dado na vivência do movimento do corpo-próprio que percebe, comprehende, interpreta e expressa. Tal compreensão também é corroborada pela afirmação da professora Luciana, ao dizer que: “Eu acho que essa ferramenta [RA], [...] traz essa clareza que eles não têm, dá para gente mostrar [as construções], fazer eles enxergarem as partes, o que eles não conseguem [ver] no quadro” (Professora Luciana, 2023).

Na Figura 2, apresentamos algumas explorações feitas pelos alunos que, para os professores, dizem do sentido da visão em perspectiva. A primeira imagem mostra a vista de um conjunto de sólidos, enquanto a segunda foca um deles que está sendo visto “por fora” e a terceira mostra a vista “por dentro”, colocando em destaque um dos seus vértices.

Figura 2: Print de explorações do prisma



Fonte: Elaborado pelos autores.

Conforme discutimos anteriormente, a profundidade não é um acréscimo de uma terceira dimensão à altura e à largura. Ela é uma experiência original, pois é “a dimensão segundo a qual as coisas ou os elementos das coisas se envolvem uns aos outros, enquanto a largura e a altura são as dimensões segundo as quais eles se justapõem” (Merleau-Ponty, 1994, p.357). As professoras Tati e Luciana expressam compreensões do modo pelo qual a vivência da profundidade vai fazendo sentido para elas ao analisarem as explorações dos alunos com RA.



Eu achei que do corpo [...] eles exploram, eles fazem uma exploração de corpo, de entrar, de olhar, dessa curiosidade que eles têm, que a gente fica mais animada (Professora Luciana, 2023).

Eu achei que a exploração do corpo [foi importante, porque] eles são mais curiosos [com a RA] e eles exploraram a profundidade; eu percebi também que eles conseguiram entender bem o conceito de área da base, o conceito de altura (Professora Tati, 2023).

Para Luciana, o sentido da profundidade vai se fazendo nas explorações de “entrar” e buscar modos de “ver” o objeto virtual projetado. Para Tati a vivência da profundidade também se mostra desse modo, porém ela destaca o modo como a construção vai “ganhando volume” o que, para ela, é importante à ideia matemática de volume, que não é somente o produto da área da base pela altura, mas há um sentido de preenchimento do espaço que envolve a base e altura e diz do volume dos objetos.

Nessa análise das explorações feitas pelos alunos, vai se evidenciando, nas falas das professoras, que o movimento do corpo passa a ser uma abertura para aprender os conteúdos matemáticos. Segundo interpretamos, a compreensão do corpo “como lugar de um conhecimento originário do mundo e de si próprio, um saber sensível que antecede o conhecimento reflexivo, mas, ao mesmo tempo, possibilita-o” (Santos, 2016, p. 165). A vivência da profundidade é compreendida na ação do aluno com a RA, e esta ação requer que ele seja corpo engajado e não um observador que analisa o visto.

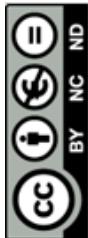
Entendemos que nesse movimento de realizar explorações com a tecnologia de RA possibilidades para o movimento do corpo próprio se abrem e esse movimento leva à significação, pois,

[...] um movimento é aprendido quando o corpo o comprehendeu, quer dizer, quando ele o incorporou ao seu ‘mundo’, e mover seu corpo é visar as coisas através dele, e deixá-lo corresponder à sua solicitação, que se exerce sobre ele sem nenhuma representação (Merleau-Ponty, 1994, p. 193).

No movimento do corpo-próprio, a compreensão do objeto matemático que está sendo foco de atenção vai se consolidando para que o sentido se faça para cada um que realiza as investigações, que se volta atentamente para aquilo que a ele se desvela.

5 Considerações finais e aberturas para além de um encerramento

Quando queremos pensar o movimento, fazer a filosofia do movimento, situamo-nos logo na atitude crítica ou atitude de verificação, perguntamo-nos o que exatamente nos é dado no movimento, preparamo-nos para rejeitar as aparências para atingir a verdade do movimento, e não percebemos que é justamente essa atitude que vai impedir-nos de atingi-lo a ele mesmo porque ela introduz, com a noção de verdade em si, pressupostos capazes de esconder-me o nascimento do movimento para mim (Merleau-Ponty, 1994, p. 361).



Esta citação de Merleau-Ponty é especialmente relevante para o que se mostra para nós significativo ao procurarmos dizer do que se evidencia nas pesquisas realizadas.

O autor nos alerta para o risco de, ao nos lançarmos em uma investigação querendo compreender o movimento, nos colocarmos a pensar criticamente sobre o que nele nos é dado para entender o seu sentido.

Porém, o sentido não é dado, ele é vivido. Assim, com essa aparente contradição, investigamos o movimento *para a e na* constituição de conhecimento com realidade aumentada. No início de nossos estudos, nos deparamos com a estranheza do termo “realidade aumentada”. Como entendemos, a realidade não é algo dado em si, independente de um ato da consciência, esta entendida como condição da existência do mundo e doadora de sentido. A realidade, então, não pode ser algo estático, mas é “concreta, dinâmica, infinita, totalizante, criada/construída na qual somos fluidamente e na qual tempo, espaço, perspectiva não são objetivamente dados como parte de um mundo físico, mas são, entretanto, experiências vividas pelo corpo-próprio” (Bicudo, 2000, p, 42). Logo, regressamos à vivência.

Então, o que significa “aumentar a realidade”? Assume-se, com Heidegger (2020), que, sendo humanos, podemos apenas falar da realidade que é mundana (Bicudo, 2000); portanto percebida com sentido. Sendo assim, “aumentar a realidade” não faz sentido a menos que se tome o real (ou a realidade) como a materialidade do mundo físico. Se assim for, a realidade pode ser aumentada, já que com um determinado aplicativo podemos incluir nesse mundo objetos que a ele não pertencem inicialmente: os objetos virtuais, projetados pela câmera de um smartphone, por exemplo.

Obviamente, em uma postura fenomenológica, não assumimos essa concepção de realidade como mencionamos, e o virtual é apenas uma modalidade do real. Os recursos projetados pelo aplicativo de RA no ambiente físico passam a ser “incorporados nesse corpo, com o mundo, [...] revelando aquilo que possivelmente se transforma com os horizontes que se abrem por meio do mundo” (Rosa, 2023, p. 214) cujo sentido é percebido na vivência, pelos atos da consciência.

Dizer que ‘incorporamos’ esses objetos significa dizer que nos habituamos a eles, como o cego se habitua à sua bengala (Merleau-Ponty, 1994). Esse autor nos diz que, para a pessoa cega, a bengala é um objeto sensível e não um objeto qualquer, pois ela amplia o seu raio da ação de tocar, tornando-se análoga a um olhar. Sendo assim, adquirir um hábito é apreender uma significação como habituar-se a uma bengala é fazê-la “participar do caráter volumoso do nosso corpo próprio” (Merleau-Ponty, 1994, p. 199). Portanto, os



objetos virtuais projetados em RA pela câmera do meu smartphone são incorporados nesse corpo e coexistem com os objetos da realidade mundana.

Compreendido dessa forma, ao nos voltarmos para a constituição de conhecimento matemático com realidade aumentada, especificamente com o aplicativo GeoGebra AR, focamos a vivência da pessoa que está com essa tecnologia em atividade, percebendo e explicitando o percebido, expondo as significações apreendidas nos modos de ser-com o outro, nas possibilidades abertas, no mundo.

Mostra-se relevante à constituição de conhecimento matemático o movimento do corpo próprio; nos movemos na direção do objeto que nos vem ao encontro no aqui e agora, portanto, no modo pelo qual habitamos o espaço e o tempo. Considerando que meu corpo é um núcleo significativo engajado, é ser-no-mundo, ser situado espaço-temporalmente, ele vive e significa o tempo, e isso caracteriza sua historicidade ou a temporalidade viva.

Assim como está necessariamente ‘aqui’, o corpo existe necessariamente ‘agora’, ele nunca pode tornar-se ‘passado’, e se no estado de saúde não podemos conservar a recordação viva da doença, ou na idade adulta a recordação de nosso corpo quando éramos crianças, essas ‘lacunas da memória’ apenas exprimem a estrutura temporal de nosso corpo (Merleau-Ponty, 1994, p. 194).

Igualmente, a espacialidade constitui o corpo próprio como ser situado, o que indica que “os lugares do espaço não se definem como posições objetivas em relação à posição objetiva de nosso corpo, mas eles inscrevem em torno de nós o alcance variável de nossos objetivos ou de nossos gestos” (Merleau-Ponty, 1994, p. 199).

Sendo espacial e temporal, como corpo próprio me engajo no mundo, sou com o mundo e com os objetos, tendo a possibilidade de compreendê-los de modo originário e compreender-me. Diz Merleau-Ponty (1994) que o espaço e o tempo que habito tem horizontes indeterminados, portanto aberto às perspectivas ou pontos de vista. “A síntese do tempo como do espaço são sempre para recomeçar” (Merleau-Ponty, 1994, p. 195), o que indica que há um horizonte de possibilidades para as significações, sendo o corpo mediador do mundo e a percepção o meio para o sentido.

O corpo em movimento está sempre em situação, pois é intencionalidade; ele visa conhecer, atribui sentido, vive e ocupa diferentes espaços. Então, o que se mostra para a constituição de conhecimento matemático com RA? Mostra-se o movimento do corpo próprio que não ocupa um lugar definido por coordenadas em um espaço objetivo, mas se situa em um lugar definido por sua tarefa, que “está ali, onde tem algo a fazer”



(Merleau-Ponty, 1994, p. 336), seja ver um cilindro ou compreender a profundidade de um objeto que é ilustrado em duas dimensões.

Agradecimentos

Agradecemos à FAPESP (processo nº 2023/11708-6 e processo nº 2019/16799-4), ao CNPq (processo nº 151812/2022-5) e à PROPe (Edital nº 05/2024) o financiamento dos projetos que possibilitaram as pesquisas desenvolvidas.

Referências

- ALES BELLO, A. **Introdução à Fenomenologia**. Trad. Ir. Jacinta Turolo Garcia e Miguel Mahfoud. Bauru: EDUSC, 2006.
- BATISTA, C. C. **Perceber-se professor de matemática com tecnologia no movimento de forma/ação**. 2021. 258f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) —Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro, 2021.
- BATISTA, C. C.; PAULO, R. M. Formação do professor para ensinar matemática com Realidade Aumentada: o que se mostra? **BOLETIM GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 82, p. 66-82, 2023.
- BATISTA, C. C.; PAULO, R. M.; EUFRASIO, N. P. L. O Ensino de Geometria Espacial com Realidade Aumentada: contribuições de um estudo de aula. **Revista Paranaense de Educação Matemática - RPEM**, Campo Mourão, v. 12, n. 29, p. 100-118, Set-Dez. 2023.
- BICUDO, M. A. V. A constituição do conhecimento matemático no corpo vivente. In: BICUDO, M. A. V.; PINHEIRO, J. M. L. (org.). **Corpo-vivente e a constituição de conhecimento matemático**. São Paulo Livraria da Física, 2023. p. 109-128.
- BICUDO, M. A. V. Filosofia da educação matemática: sua importância na formação de professores de matemática. In: SILVA, R. S. R. (org.). **Processos formativos em educação matemática: perspectivas filosóficas e pragmáticas**. Porto Alegre, RS: Fi, 2018. p. 29-46.
- BICUDO, M. A. V. A formação do professor: um olhar fenomenológico. In: M. A. V Bicudo (org). **Formação de professores? Da incerteza à compreensão**. Edição. Bauru: EDUSC, 2003. p. 19-46.
- BICUDO, M. A. V. **Fenomenologia: confrontos e avanços**. São Paulo: Cortez, 2000.
- BICUDO, M. A. V.; MOCROSKY, L. F.; ORLOWSKI, N. Aprender-Ensinar Matemática numa Perspectiva Formativa. **Rematec**, Belém, v. 17, n. 41, p. 92–105, maio./ago. 2022.
- BULLA, F. D; ROSA, M. O design de tarefas-matemáticas-com-realidade-aumentada: uma autorreflexão sobre o processo. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 19, n. 2, p. 296-319, mar./abr. 2017.
- CAMINHA, I. O. A experiência de sentir e o sujeito da percepção em Merleau-Ponty. In: CAMINHA, I. O.; SILVA, M. E. A. (org.). **Percepção, corpo, subjetividade**. São Paulo: LiberArts, 2013. p. 162-185.



CAMINHA, I. de O. Prefácio. In: L. A. M. Santos. **O Corpo Próprio como Princípio Educativo: a perspectiva de Merleau-Ponty**. Curitiba: Appris, 2016. p. 10-12.

CURI, E. Grupo de Pesquisa Colaborativo: espaço para promoção do desenvolvimento profissional docente. In: CURI, E.; NASCIMENTO, J. C. P.; VECE, J. P. (org.). **Grupos Colaborativos e Lesson Study: contribuições para a melhoria do ensino de matemática e desenvolvimento profissional de professores**. São Paulo: Alexa Cultural, 2018. p. 17-33.

HEIDEGGER, M. **Ser e Tempo**. Tradução revisada e apresentação de Marcia Sá Cavalcanti e posfácio de Emmanuel Carneiro Leão. 10 ed. Petrópolis: Vozes, 2020.

MACHADO, O. V. M. Pesquisa Qualitativa: modalidade fenômeno situado. In: BICUDO, M. A. V.; ESPÓSITO, V. H. C. (org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação**. Piracicaba: UNIMEP, 1994. p. 35 – 46.

MERLEAU-PONTY, M. **Fenomenologia da Percepção**. Trad. Carlos Alberto Ribeiro de Moura. São Paulo: Martins Fontes, 1994.

PEREIRA, A. L. **Realidade aumentada e o ensino de cálculo**: possibilidades para a constituição do conhecimento. 2022. 225p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Rio Claro, 2022

PONTE, J. P; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J.; BAPTISTA, M. Exercícios, problemas e explorações: Perspectivas de professoras num estudo de aula. **Quadrante**, Lisboa, v. 24, n. 2, p. 111-134, 2015.

RICHIT, A.; PONTE, J. P.; GÓMEZ, E. S. Apresentação: Estudos de aula na formação inicial e continuada de professores. In: RICHIT, A.; PONTE, J. P.; GÓMEZ, E. S. (org.). **Estudos de Aula na Formação Inicial e Continuada de Professores**. São Paulo: Livraria da Física, 2022. p. 11-23.

ROSA, M. Corpo-próprio, Tecnologias Digitais e Educação Matemática: percebendo-se cyborg. In: BICUDO, M. A. V.; PINHEIRO, J. M. L. (org.). **Corpo-vivente e a constituição de conhecimento matemático**. São Paulo: Livraria da Física, 2023. p. 187-227.

ROSA, M.; BICUDO, M.A. V. Focando a constituição do conhecimento matemático que se dá no trabalho pedagógico que desenvolve atividades com tecnologias digitais. In: PAULO, R. M.; FIRME, I. C.; BATISTA, C. C. (org.). **Ser Professor com Tecnologias**: sentidos e significados. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2018. p. 13 – 40.

ROSA, M.; PINHEIRO, R. P. Cybereducation with Mathematics Teachers: Working with Virtual Reality in Mathematics Activities. In: BICUDO, M. A. V. (ed.). **Constitution and Production of Mathematics in the Cyberspace**. 1. ed. Suíça: Springer, Cham, 2020. p. 187-227.

RICHIT, A.; PONTE, J. P. Conhecimentos Profissionais evidenciados em Estudos de Aula na perspectiva de Professores Participantes. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 36, p. 1-29, 2020.

SANTOS, L. A. M. **O Corpo Próprio como Princípio Educativo**: a perspectiva de Merleau-Ponty. Curitiba: Appris, 2016.



SCHUSTER, P. E. S; ROSA, M. Realidade Aumentada e a Cyberformação de uma Professora de Matemática: Pontos Críticos de Funções de Duas Variáveis. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, Londrina, v. 14, n. 2, p. 130-141, setembro. 2021.

STEWART, J. **Cálculo**. Vol. 1. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

TORI, R.; HOUNSELL, M. da S. (org.). **Introdução a Realidade Virtual e Aumentada**. 3. ed. Porto Alegre: SBC, 2020.

Recebido em: 18 de maio de 2025.

Aceito em: 20 de agosto de 2025.